Частное профессиональное образовательное учреждение
"Южный многопрофильный техникум"

**Комплект контрольно-оценочных средств
для проведения промежуточной аттестации
в рамках программы подготовки специалистов среднего звена
специальности среднего профессионального образования
38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)**

ОУП.03 МАТЕМАТИКА

Армавир, 2024

ОДОБРЕНА
Цикловой методической комиссией общеобразовательных дисциплин
Председатель цикловой методической комиссией

____
29.02.2024 г.

Рассмотрена
На заседании педагогического совета
Протокол № 2 от 29.02.2024 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор ЧПОУ ЮМТ
___________ Е.С. Федотенков
29.02.2024 г.

Федотенков
Евгений Сергеевич
C=RU,
OU=Директор,
O=ЧПОУ ЮМТ,
CN=Федотенков
Евгений Сергеевич,
E=info@aumt.ru
я подтверждаю этот
документ своей
удостоверяющей
подписью
Краснодарский
край, г. Армавир,
ул. Кирова, 22-24
2024.02.29 15:39:
31+03'00'

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО), утвержденного приказом Министерства просвещения РФ от 5 февраля 2018 г. N 69 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)" (с изменениями и дополнениями)

Организация-разработчик: Частное профессиональное образовательное учреждение «Южный многопрофильный техникум»

Разработчики:
Чулюкина К.А., кандидат педагогических наук, доцент

Федотенков Е.С., кандидат исторических наук, доцент, директор Частного профессионального образовательного учреждения «Южный многопрофильный техникум»

Для поступивших в 2023 году

Рецензенты:
Учитель математики высшей категории МБОУ СОШ №10 Н. В. Асиреева

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ОУП.03 МАТЕМАТИКА.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме – дифференцированного зачета, экзамена.

Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (объекты оценивания)	Тип задания
личностных: – сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики; – понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; – развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования; – овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки; – готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности; – готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности; – готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности; – отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем; *метапредметных:* – умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для	Устный опрос практические задания тестирование практические работы

достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; – умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; – владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; – готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; – владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; – владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; – целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира; *предметных:* – сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке; – сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий; – владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; – владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств; – сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; – владение основными понятиями о плоских и	

пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; – сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; – владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.	

2. Формы и методы контроля

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний:

Наименование темы	Наименование контрольно-оценочного средства	
	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Введение	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	Дифференцированный зачет экзамен
Тема 1.1. Целые и рациональные числа	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 1.2. Действительные числа	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 1.3. Приближенные вычисления. Комплексные числа.	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 2.1.1. Арифметический корень натуральной степени	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 2.1.2. Степень с рациональным и действительным показателем	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 2.2.1. Логарифмы	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 2.2.2. Свойства логарифмов	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 2.2.3. Натуральные и десятичные логарифмы	Фронтальный опрос индивидуальный опрос	

	практическая работа	
Тема 2.3. Преобразование алгебраических выражений.	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 3.1. Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых в пространстве	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 3.2. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 3.3. Тетраэдр и параллелепипед	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 3.4. Перпендикулярность прямых и плоскостей	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 3.5. Теорема о трех перпендикулярах	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 3.6. Перпендикулярные плоскости	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 4.1. Элементы комбинаторики	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 4.2. Бином Ньютона и треугольник Паскаля	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 5.1. Прямоугольная система координат в пространстве	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 5.2. Векторы в пространстве	Фронтальный опрос индивидуальный опрос	

	практическая работа	
Тема 5.3. Скалярное произведение векторов	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 6.1. Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 6.2. Тригонометрические тождества	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 6.3. Преобразования простейших тригонометрических выражений	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 6.4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.1. Степенная функция, ее свойства и график	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.2. Взаимно обратные функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.3. Показательная функция, ее свойства и график	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.4. Логарифмическая функция, ее свойства и график	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.5. Область определения и множество значений тригонометрических функций	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.6. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций	Фронтальный опрос индивидуальный опрос	

	практическая работа	
Тема 7.7. Свойства функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 7.8. Обратные тригонометрические функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 8.1.1. Призма	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 8.1.2. Пирамида	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Раздел 8.2. Тела вращения	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 8.2.1. Цилиндр	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 8.2.2. Конус	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 8.2.3. Сфера и шар	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.1.1. Числовые последовательности и их свойства. Предел числовой последовательности	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.1.2. Предел числовой последовательности. Сумма бесконечной геометрической прогрессии	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.1. Предел функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос	

	практическая работа	
Тема 9.2.2. Производная. Алгоритм нахождения производной	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.3. Производная степенной функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.4. Правила дифференцирования	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.5. Производные некоторых элементарных функций	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.6. Уравнение касательной к графику функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.7. Применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.8. Применение производной для нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 9.2.9. Применение производной к построению графиков функций	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 10.1. Первообразная	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 10.2. Площадь криволинейной трапеции и интеграл	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 11.1.1. Вероятность события	Фронтальный опрос индивидуальный опрос	

	практическая работа	
Тема 11.1.2. Дискретная случайная величина	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Раздел 11.2. Элементы математической статистики	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 11.2.1. Понятие о задачах математической статистики.	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.1. Равносильные уравнения и неравенства	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.2. Иррациональные уравнения	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.3. Иррациональные неравенства	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.4. Показательные уравнения	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.5. Показательные неравенства	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.6. Системы показательных уравнений и неравенств	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.7. Логарифмические уравнения	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.8. Логарифмические неравенства	Фронтальный опрос индивидуальный опрос	

	практическая работа	
Тема 12.9. Тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	
Тема 12.10. Решение простейших тригонометрических неравенств	Фронтальный опрос индивидуальный опрос практическая работа	

3. Оценочные средства текущего контроля

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине ОУП.03 МАТЕМАТИКА, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.
(технология оценки по дисциплине прописывается в соответствии со спецификой дисциплины; прописать типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины; критерии оценки)

Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

Задания для проведения текущего контроля

<u>Раздел 1. Развитие понятия о числе</u>

<u>Текст задания</u>

Вариант 1

1. Выполнить действия: $\left(7\frac{1}{9}-6\frac{2}{15}+\frac{2}{9}\right):0,8+1,2$.

2. Даны числа:

$0,212112111...;\ \ -6,7;\ \ -0,(23);\ \ 0;\ \ -\frac{1}{5};\ \ 1\frac{3}{7};\ \ \sqrt{5}-6;\ \ 10;\ \ 0,25;\ \ 136;\ \ \pi.$

Выписать те из них, которые являются: натуральными; целыми; рациональными; иррациональными.

3. Записать в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби:

$a)\ \frac{13}{25};\ \ б)\ 1\frac{5}{7};\ \ в)\ -2\frac{2}{9}.$

Вариант 2

1. Выполнить действия: $\left(8\frac{7}{12}-2\frac{17}{36}\right)\cdot 2,7-4\frac{1}{3}:0,65$.

2. Даны числа:

$\pi;\ \ -9,8;\ \ -\sqrt{130};\ \ 0;\ \ -\frac{1}{25};\ \ 23\frac{1}{6};\ \ 2\sqrt{3}+5;\ \ 11;\ \ 0,5;\ \ 152;\ \ 1,020220222...$.

Выписать те из них, которые являются: натуральными; целыми; рациональными; иррациональными.

3. Записать в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби:

$a)\ \frac{7}{16};\ \ б)\ -2\frac{5}{6};\ \ в)\ 1\frac{3}{11}.$

Вариант – 1

1. Докажите, что сумма двух чётных чисел есть чётное число.

2. Найти все натуральные числа x и y такие, что: а) $7x + 12y = 50$; б) $5x – y = 17$.
3. Найти НОД и НОК чисел: а) 255 и 510; б) 154 и 210.
4. Выписать 10 различных чисел, расположенных между числами: а) 0,123 и 0,456; б) – 0,123 и – 0,132.
5. Решить уравнение: а) $|x + 4| = 5$; б) $|x – 4| = |10 – x|$.
6. Построить график функции $y = |x – 5|$.

Вариант – 2
1. Докажите, что сумма двух нечётных чисел есть чётное число.
2. Найти все натуральные числа x и y такие, что: а) $5x – y = 17$; б) $5x – 11y = 137$.
3. Найти НОД и НОК чисел: а)120 и 144; б) 105 и 165.
4. Выписать 10 различных чисел, расположенных между числами: а) 0,123 и 0,1244; б) – 1,9999 и -2.
5. Решить уравнение: а) $|x + 4| = -5$; б) $|x – 4 = |5x|$.
6. Построить график функции $y = |x + 3|$.

Вариант – 1
1. Для комплексных чисел $z1 = 3 – 2i$ и $z2 = -1 + 4i$ найти их сумму и произведение.
2. Вычислить: а) i 2 + i -2 ; б) 1 – i 1 + i.
3. Для комплексного числа $z = 3 – 7i$ найти сопряжённое число и вычислить частное z/ z?.
4. Отметить на координатной плоскости точки, соответствующие комплексным числам $z1 = 1 + 2i$, $z2 = -2 +5i$, $z3 = 2 + 3i$, $z4 = -9 +i$,
$z5 = -3 -2i$
5. Записать комплексное число в стандартной геометрической форме: а) 5; б) $-2 + 2i$.
6. Вычислить $az1 + bz2$, если $z1 = 1 + i$, $z2 = 1 – i$, $a = 2$, $b = -1$.

Вариант - 2
1. Для комплексных чисел $z1= 4+2i$ и $z2 =-3 -5i$ найти их разность и произведение.
2. Вычислить: а) i 3 +i -3 ; б) 1+i 1- i
3. Для комплексного числа $z = -5 +2i$ найти сопряжённое и вычислить частное z/z?.

4. Отметить на координатной плоскости точки, соответствующие комплексным числам z1 = -5 – 4i, z2 =1+8i, z3 = -2 – 4i, z4 = 8+ i, z5 = -1 – 8i.
5. Записать комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) -8; б) 4 + 4i.
6. Вычислить az1 + bz2 , если z1 = -1 + 2i, z2 = -1 + 2i, a = -4, b = -5.

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы

Текст задания

Вариант 1

Решите уравнения:
а) $\sqrt{x+4}=5$ б) $\sqrt{3x-2}=4-x$ в) $\sqrt{4x+3}=\sqrt{x^2+x-1}$ г) $\sqrt[3]{2x+3}=-3$
.

Вариант 2

Решите уравнения:
а) $\sqrt{x+1}=5$ б) $\sqrt{3x-1}=1-3x$ в) $\sqrt{3x-1}=\sqrt{x^2+x-4}$ г) $\sqrt[3]{3x-1}=-5$

Вариант – 1

Вычислить:

а) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$;

б) $3\sqrt{100}$*$6\sqrt{6400}$;

в) $2\sqrt{x}+5\sqrt{25x}-3\sqrt{36x}-4\sqrt{9x}$;

г) $4\sqrt{16*81}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$;

д) $3\sqrt{7}+\sqrt{22}*3\sqrt{7}-\sqrt{22}$.

Вариант – 2

Вычислить:

а) $\sqrt{250}\sqrt{16}$;

б) $4\sqrt{500}*4\sqrt{64}$

в) $\sqrt{16x}+3\sqrt{8x}-23\sqrt{27x}$;

г) $3\sqrt{72}\frac{\sqrt{108}}{6\sqrt{192}}$;

д).$3\sqrt{12}+\sqrt{19}*3\sqrt{12}-\sqrt{19}$.

Вариант – 1

Вычислить:
а) (4а -2/3) 3/2 ;
б) (ху 2 /3) -2 (х 2 у/3) 2 ;
в) (4а -2/5) 5/4 /(2а) -1/2 ;
г) 0,027 -1/3 -(1/6) -2 + 256 0 – 3 -1 +5,5 0 ;
д) 3 √7+√22 · 3 √7-√22

Вариант – 2
Вычислить:
а) (√2а 4/3) 6 а 6 ;
б) 2х 2 у -3 (х -1 у 4 /2√у 3) 2 ;
в) (а 4/3 /2а 5/3) -3 ;
г) ((3/4) -0,5 – 7,5·4 -6/4 – (-2) -4 + 81 0,25 ;
д) 3 √12 +√19 · 3 √12 -√19.

ВАРИАНТ 1.
1. Вычислить:
а) $\log_2 1/8$;
б) $\log_{1/2} \sqrt{2}/4$;
в) log 0,0001;
г) $\log_4 32$;
д) $\ln_e -3$.
2. Упростить выражение:
а) $\log_2 18 + \log_2 3 - \log_2 27$;
б) $\log_3 6 + \log_3 16 + \log_3 8$;
в) $\log_6 14 + \log_6 3 - \log_6 7$;
г) $\log_{1/4} 8 - \log_{1/4} 3 + \log_{1/4} 24$;
д) $\log_3 16 - \log_3 48 + \log_3 27$.
3. Сравнить выражения:
а) $\log_{1/7} 9$ и $\log_{1/7} 10$;
б) $\log_5 13$ и $\log_5 15$;
в) $\log_3 11$ и $\log_3 10$;
г) lg √7 и lg 3,5;
д) lg 0,9 и lg (0,9) 2

ВАРИАНТ 2.
1. Вычислить:
а) $\log_3 36 / \log_3 6$;
б) $\log_2 \log_{2216}$;

в) $2 \log_2 6 - \log_2 9$;

г) $\log_{1/9} 3\sqrt{3}/3$;

д) $\log_4 5 + \log_4 0{,}008 + \log_4 25$.

2. Упростить выражение:

а) $5 \log_5 3 - \log_2 8$;

б) $6 \log_5 0{,}2 + \log_6 15$;

в) $0{,}5 \log_6 36 + \log_{0,5} 3$;

г) $3 \log_3 6 \cdot \log_2 16$;

д) $\log_2(2/3) + \log_4(4/9)$.

3. Сравнить выражения:

а) lg 48 – lg 9 и lg 21 – lg 4;

б) log 0,9 4 + log 0,9 17 и 3 log 0,9 4;

в) $\log_4 11 + \log_4 9$ и $\log_4 (11 + 9)$;

г) $\log_{0,3} 7 + \log_{0,3} 9$ и $\log_{0,3} (7 + 9)$;

д) lg 1,08 и lg (1,08) -1.

<u>Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве.</u>

<u>Текст задания</u>

Вариант 1

1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно, причем AC ║ α. Найдите AC, если BD: AD = 3:4 и DE = 10 см.
2. Отрезок AB пересекает плоскость α, точка C – середина AB. Через точки A, B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1. Найдите CC_1, если AA_1= 4 дм и BB_1 = 6 дм

Вариант 2

1. Плоскость β пересекает стороны KM и MP треугольника KMP в точках A и B соответственно, причем KP ║ β. Найдите KP, если MA: AK = 2:7 и AB = 12 см.
2. Отрезок AC пересекает плоскость α, точка B – середина AC. Через точки A, B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1. Найдите BB_1, если AA_1= 14 дм и CC_1 = 16 дм

Вариант – 1

1.Сколько плоскостей в пространстве можно провести:

– через точку;

– через три различные точки;

– через одну прямую;

– через две пересекающиеся прямые?

2. Дан куб ABCDA1B1C1D1. Найти угол между прямыми: AD и BB1; AC и B1D1.
3. Докажите, что если две прямые перпендикулярны одной плоскости, то эти прямые параллельны.
4. В тетраэдре MABC проведите сечения через середину ребра AB параллельно рёбрам AC и AM.

Вариант - 2

1. Сколько плоскостей в пространстве можно провести:
– через две различные точки;
– через четыре точки;
– через прямую и точку;
– через две пересекающиеся прямые и точку?

2. Дан куб ABCDA1B1C1D1. Найти угол между прямыми: AD и A1D1; AC и A1D1.
3. Докажите, что если две плоскости перпендикулярны одной прямой, то эти плоскости параллельны.
4. В тетраэдре MABC проведите сечения через середину ребра AB параллельно рёбрам BC и CM.

Вариант – 1

1. Отрезок длиной 1м не пересекает плоскость, концы его удалены от плоскости на 0,5 и 0,3м. Найдите длину проекции отрезка на плоскость.
2. Верхние концы двух вертикально стоящих столбов, удалённых на расстояние 3,4м, соединены перекладиной. Высота одного столба 5,8м, а другого 3,9м. Найдите длину перекладины.
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10см и 17см. разность проекций этих наклонных равна 9см. Найдите наклонные.
4. Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведён перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведён перпендикуляр AC к плоскости α. Докажите, что угол ABC – линейный угол двугранного угла AMNC.

Вариант – 2

1. Телефонная проволока длиной 15м протянута от телефонного столба, где она прикреплена на высоте 8м от поверхности земли, к дому, где её прикрепили на высоте 20м. Найдите расстояние между столбом и домом, предполагая, что проволока не провисает.
2. Из точек A и B опущены перпендикуляры на плоскость α. Найдите расстояние между точками A и B, если перпендикуляры равны 3м и 2м,

расстояние между их основаниями равно 2,4м, а отрезок АВ не пересекает плоскость.

3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 26см больше другой. Проекции наклонных равны 12см и 40см, найдите наклонные.
4. В тетраэдре DABC все рёбра равны, точка М – середина ребра АС. Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла BACD.

Раздел 4. Комбинаторика

Текст задания

Вариант 1

1. Определите вид комбинаторного соединения: В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно назначать двух дежурных (размещение, перестановка, сочетание)?
2. Для освещения событий в одной из стран ближнего зарубежья решено отправить трех корреспондентов газеты. Сколькими способами это можно сделать, если в штате 32 сотрудника?
3. В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выбрать из класса команду из 4 учащихся для участия в олимпиаде по истории, литературе, русскому и английскому языкам?
4. **С**колькими способами могут девять человек сесть на девять стульев, стоящих в ряд?
5. В группе десять предметов и пять уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание на один день?

Вариант 2

1. Выберите вид комбинаторного соединения: В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выбрать 28 человек для осеннего кросса (размещение, перестановка, сочетание)?
2. Для выполнения боевого задания решено отправить трех разведчиков. Сколькими способами это можно сделать, если вызвались идти на задание 27 человек?
3. В классе 25 учеников. Сколькими способами из них можно составить команду из четырех человек для участия в конкурсе эрудитов, конкурсе чтецов, в танцевальном конкурсе и в маРазделтическом конкурсе?
4. **С**колькими способами могут семь человек сесть на семь стульев, стоящих в ряд?
5. Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?

Вариант 1

1. Ученик помнит, что в формуле азотной кислоты подряд идут буквы H, N, O и что есть один нижний индекс – то ли двойка, то ли тройка.
а) Нарисуйте дерево возможных вариантов, из которых ученику придётся выбирать ответ.
б) Сколько среди них тех, в которых индекс стоит не на втором месте?
в) Как изменится дерево вариантов, если ученик помнит, что на первом месте точно стоит H, а порядок остальных букв забыл?
г) Как изменится дерево вариантов, если буквы могут идти в любом порядке?

2. Вычислить: а) 6! + 7! 4! + 5! б) 16·6! + 7! 7! + 8!
3. Встретились несколько человек и стали здороваться друг с другом. Рукопожатий было от 60 до 70. Сколько человек встретилось, если известно, что: а) каждый здоровался с каждым; б) только один человек не здоровался ни с кем; в) только двое не поздоровались между собой; г) четверо поздоровались только между собой и остальные поздоровались только между собой.

4. Вычислить: а) C 2 17; б) C 2 27 – C 2 26
5. Решить уравнение: C 4 x = A 3 x

Вариант 2
1. Из пяти одноклассниц А, Б, В, Г, только В и Д дружат со всеми, Б дружит, кроме В и Д, только с Г, остальные не дружат между собой. Для проведения соревнования надо из этих одноклассниц выбрать капитана и его заместителя, которые дружат между собой.
а) Нарисуйте дерево возможных вариантов выбора.
б) В скольких вариантах капитаном будет А?
в) В скольких вариантах выбора будет присутствовать В?
г) В скольких вариантах выбора Г будет заместителем?

2. Вычислить: а) 1! + 10 4! 5! б) (5!) 2 ·(6!) 2 4!·5!·6!
3. Каждую из n точек, являющихся вершинами выпуклого n – угольника, соединили отрезками с каждой другой вершиной. а) Сколько провели отрезков? б) Сколько провели диагоналей? в) Сколько есть двузвенных ломаных, соединяющих вершину А с вершиной В? г) Сколько есть трёхзвенных ломаных, соединяющих вершину А с вершиной В?
4. Вычислить: а) C 4 8; б) C 5 11 + C 5 11
5. Решить уравнение: C 3 x = A 2 x

Раздел 5. Координаты и векторы

ЗАДАНИЕ

Практическая работа
«Умножение вектора на число»

<u>Текст задания</u>

Вариант 1

1. Даны векторы $\bar{a}$ {7; -1; 2} и $\bar{b}$ {4; 3; 1}. Найдите векторы а) -2$\bar{a}$; б) 4$\bar{b}$; в) $\bar{c}$ = 3$\bar{a}$ -2$\bar{b}$; г) 2$\bar{c}$.
2. Найдите координаты вектора 2$\bar{a}$ + 3$\bar{b}$, если $\bar{a}$ $\{2; 0;\ -3\}$, $\bar{b}$ $\{5;\ -1; 2\}$

Вариант 2

1. Найдите координаты вектора 2$\bar{a}$ + $\bar{b}$, если $\bar{a}$ $\{-4; 1;\ 5\}$, $\bar{b}$ $\{3;\ -5; -1\}$
2. Даны векторы $\bar{a}$ (7; -1; 2) и $\bar{b}$(4; 3; 1). Найдите векторы а) 3$\bar{a}$; б) -2$\bar{b}$; в) $\bar{c}$ = -2$\bar{a}$ +3$\bar{b}$; г) 2$\bar{c}$.

Вариант - 1

1. Векторы a, b и c заданы их декартовыми координатами: a (1; 1; -1), b (3; 0; 2), c (-2; -1; 5). Найдите координаты следующих векторов:

а) a + b + c;

б) (a· b) c + (b · c)a;

в) 2a – b – 1/2c;

г) (b·c)·(a - b).

2. Известно, что a·b = 1/2, b·c = -1/2, c·a =1/3, |a|=|b|=|c|=1. Вычислите: а) (a+2b)·(2a-b); б) (a - b) 2 ·(a + b)·(a - b)
3. Дан четырёхугольник ABCD. а) Докажите, что точки A (2; 4; -4), B (1; 1; -3), C (-2; 0; 5) и D (-1; 3; 4) являются вершинами параллелограмма. б) Вычислите косинус острого угла между диагоналями параллелограмма ABCD. в) Вычислите сумму квадратов диагоналей параллелограмма.
4. Дан куб ABCDA1B1C1D1. Точка К – центр грани AA1BB1; точка L – середина ребра B1C1. Вычислите углы, которые образуют с гранями куба следующие прямые: а) DC1, б) DL.

Вариант - 2

1. Векторы a, b и c заданы их декартовыми координатами: a (-1; 1; 1), b (3; 2; 0), c (-2; 1; -2). Найдите координаты следующих векторов:

а) a + b - c;

б) (a· b) c - (b · c)·(-a);

в) a – 2b + 1/3c;

г) (b+c)·(a · b).

2. Известно, что a·b = 1/2, b·c = -1/2, c·a =1/3, |a|=|b|=|c|=1. Вычислите: а) (2a+b)·(a-2b); б) (a - b)·(a + b) 2 ·(a + b)

3. Дан четырёхугольник ABCD. а) Докажите, что точки A(1; 3; 2), B(0; 2; 4), C(1; 1; 4) и D(2; 2; 2) являются вершинами параллелограмма. б) Вычислите косинус острого угла между диагоналями параллелограмма ABCD. в) Вычислите сумму квадратов диагоналей параллелограмма.
4. Дан куб ABCDA1B1C1D1. Точка К – центр грани AA1BB1; точка L – середина ребра B1C1. Вычислите углы, которые образуют с гранями куба следующие прямые: а) DB1, б) KL.

Вариант 1

1. В пространстве заданы точки A (1; 0; -2), B(0; 3; 2), C(-2; -3; 0). Напишите векторные уравнения прямых AB, BC и AC.
2. Запишите векторное и координатное уравнения плоскости, проходящей через точку A (5; -1; 3) и перпендикулярной прямой, проходящей через точки B 90; 2; -2), C (1; -1; 3).
3. Дан тетраэдр с вершинами P(3; 3; 5), A(1; 1; 0), B (4; 2; 4), C(0; 5; 3). Запишите уравнение сферы, описанной около тетраэдра.

Вариант 2

1. Через точку D (1; 1; 1) проведена прямая l, параллельная прямой AB, координаты точки A (1; 0; -2), точки B (0; 3; 2). Напишите векторное уравнение прямой l.
2. Запишите векторное и координатное уравнения плоскости, проходящей через точку A (2; -4; 1) и параллельной плоскости $x – 2y + z – 1 = 0$.
3. Дан тетраэдр с вершинами S(-3; -3; -5), A(0; 0; 1), B (2; 4; 2), C(3; -5; 0). Запишите уравнение сферы, описанной около тетраэдра.

<u>Раздел 6. Основы тригонометрии</u>

<u>Текст задания</u>

Вариант 1

1. Замените тригонометрической функцией угла α: а) $\sin(\pi/2–\alpha)$; б) $\cos(2\pi–\alpha)$; в) $\mathrm{ctg}(\pi+\alpha)$.
2. Известно, что $\pi/2 < \alpha < \pi$. Найдите $\sin\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha$ и $\mathrm{ctg}\alpha$, если $\cos\alpha = -0,6$.
3. Зная, что $\sin\alpha = 0,8$, $\cos\beta = 0,6$, α и β – углы I четверти, найдите значения выражений: а) $\sin(\alpha+\beta)$; б) $\cos(\alpha-\beta)$; в) $\sin2\alpha$.
4. Найдите значение выражения: cos68 0 - cos22 0 sin68 0 -sin22 0
5. Упростите выражение: $\sin2\alpha \sin\alpha$.

Вариант 2

1. Замените тригонометрической функцией угла α: а) cos(3π/2+α); б) sin(2π+α); в) tg(π/2–α).
2. Известно, что π/2 < α < π. Найдите cosα, tgα и ctgα, если sinα = 1/3.
3. Зная, что sinα = 8/17, cosβ = 4/5, α и β – углы I четверти, найдите значения выражений: а) sin(α - β); б) cos(α+β); в) cos2α.
4. Найдите значение выражения: sin130 0 + sin110 0 cos130 0 + cos110 0
5. Упростите выражение: sin2α 2cosα

Вариант 1

Решить уравнение:

1. 3sin x/3 = 0
2. 4 cos 3x+ 4= 0
3. 3 tg(x +2) = 0
4. sin(π/6 + x/2) +1= 0
5. √2 cos(2x – π/5) –1 =0
6. 4√3 sin(3x – 3π/8) –6 =0
7. √3/ cos(3x – π/3) =2

Вариант 2

Решить уравнение:

1. 0,5 cos 2x = 0
2. 5sin 5x – 5 =0
3. ctg(x – 3) = 0
4. cos(π/4 + x/3) –1 =0
5. √2 – 2 sin(5x – π/3) =0
6. 6√3 cos(2x + 3π/4) + 9 =0
7. 1/sin(4x + π/6) =2

Раздел 7. Функции и графики

Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1 $f(x) = x^2 - 2x + 8$.

Вариант 2 $f(x) = -x^2 + 5x + 4$..

Вариант 3 $f(x) = -x^3 + 3x - 2$.

Вариант 4 $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$

Вариант 5 $f(x) = 3x^2 - x^3$.

Вариант 6 $f(x)=x^3+3x+2$.

Вариант 1

1. Дана зависимость между переменными x и y. В тех случаях, когда она определяет y как функцию от x, выразите явно эту функцию. Во всех случаях постройте график зависимости: а) 5x + 2y = 1; б) x 2 + y 2 =1; в) x/y =y/x.

2.Найти область определения функции: а) f (x) = x/x 2 +4; б) f (x) = √x/x2.

3. Дана функция f (x) = √x 2 +9. Вычислите её значения при x =1; -3; t/2; t+1; √t; -4;1/t.

4. Дана функция f(x) = 2x - 3 с областью определения D: R. Запишите обратную к ней функцию в виде y = g(x), указав её область определения. Постройте на одном чертеже графики функций f(x) и g(x).

Вариант 2

1. Дана зависимость между переменными x и y. В тех случаях, когда она определяет y как функцию от x, выразите явно эту функцию. Во всех случаях постройте график зависимости: а) 5x + 0y = 3; б) x 2 +x = y +1; в) x/y =3/x –1.

2. Найти область определения функции: а) f (x) = x/x 2 -4; б) f (x) = √2 - x.

3. Дана функция f (x) = √x+1/x. Вычислите её значения при x =1; -3; t/2; t+1; √t; - 4;1/t.

4.Дана функция f(x) = 2x + 1 с областью определения D: x ≥0. Запишите обратную к ней функцию в виде y = g(x), указав её область определения. Постройте на одном чертеже графики функций f(x) и g(x).

<u>Раздел 8. Многогранники и круглые тела</u>

<u>Текст задания</u>

Вариант 1

1. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 6м и 8м, образующий угол 30^0 , боковое ребро 5м. Определить полную поверхность параллелепипеда.
2. В наклонной треугольной призме расстояние между боковыми рёбрами равны 10см, 17см и 21см, а боковая поверхность равновелика перпендикулярному сечению. Определить боковое ребро.

Вариант -2

1. Определить боковую поверхность правильной четырёхугольной пирамиды, если её высота равна 4см, а сторона основания 6см.
2. В прямой треугольной призме стороны основания 18см, 20см и 34см, а боковая поверхность равновелика основанию. Определить высоту призмы.

Вариант 1

1. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна а, высота равна Н. Найдите: а) боковое ребро пирамиды; б) угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды; в) угол между боковой гранью и основанием пирамиды; г) двугранный угол при боковом ребре пирамиды.
2. Основанием пирамиды DABC является треугольник ABC, у которого AB = AC = 13 см, BC = 10см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Основанием наклонного параллелепипеда ABCDA1B1C1D1 является ромб. Боковое ребро CC1 составляет равные углы со сторонами основания CD и CB. Докажите, что BB1D1D – прямоугольник.

Вариант 2

1. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна m, а плоский угол при вершине равен α. Найдите: а) высоту пирамиды; б) боковое ребро пирамиды; в) угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды; г) угол между боковой гранью и основанием пирамиды; д) двугранный угол при боковом ребре пирамиды.
2. Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза AB = 29см, а катет AC = 21см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
3. Основанием наклонного параллелепипеда ABCDA1B1C1D1 является ромб. Боковое ребро CC1 составляет равные углы со сторонами основания CD и CB. Докажите, что AA1C1 I BB1D1.

Вариант 1

1. Прямоугольник, стороны которого 3см и 5см, вращается вокруг большей стороны. Найдите: а) объём полученного цилиндра;

б) площадь боковой поверхности.

2. Боковая поверхность конуса15π см^2 , а радиус основания 3см. Найти объём конуса.

3. В шаре на расстоянии 3см от центра проведено сечение, площадь которого 16π см^2 . Найдите объём шара.
4. Поверхность шара 36π см^2 . Найдите объём шара.
5. Равносторонний треугольник, сторона которого 6см, вращается вокруг своей стороны. Определите объём и поверхность полученного тела

Вариант 2

1. Прямоугольный треугольник, катеты которого 3см и 4см, вращается вокруг большего катета. Найдите: а) объём полученного конуса; б) площадь его полной поверхности.
2. Боковая поверхность цилиндра 30π см^2 . Радиус его основания 3см. Найдите объём цилиндра.

3.В шаре на расстоянии 8см от центра проведено сечение, длина окружности которого равна 12π см. Найдите поверхность шара.

4. Объём шара равен 36π см^3. Найдите поверхность этого шара.
5. Равнобедренный треугольник, боковые стороны которого 5см, а основание 6см, вращается вокруг основания. Определите объём и поверхность полученного тела.

Раздел 9. Начала математического анализа.

Текст задания

Вариант 1

Найти производные функций. (А., В., С. – ответы)

№	Задание	Ответы		
		A	B	C
1	$y=(x+1)^{12}$	$12(x+1)$	$12(x+1)^{11}$	$12(x+1)^{13}$
2	$y=(4x-3)^5$	$20(4x-3)^4$	$5(4x-3)^4$	$20x(4x-3)^4$
3	$y=(x^7-x^5-3)^5$	$5(x^7-x^5-3)^4$	$5(x^7-x^5-3)^4\cdot(7x^6-5x^4)$	$5(7x^6-5x^4)$
4	$y=3\cos(5x+6)$	$-3\sin(5x+6)$	$-15\sin(5x+6)$	$15\sin(5x+6)$
5	$y=\sqrt{x^2-2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x^2-2}}$	$\frac{2x}{\sqrt{x^2-2}}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$

Вариант 2

Найти производные функций. (А., В., С. – ответы)

№	Задание	Ответы		
		A	B	C

1	$y=(x+4)^6$	$6(x+4)^5$	$6(x+4)$	$x+4$
2	$y=(3x-2)^3$	$3(3x-2)^4$	$3(3x-2)^2$	$9(3x-2)^2$
3	$y=(x^5+x^3+1)^6$	$6(x^5+x^3+1)^5\cdot(5x^4+3x^2)$	$6(x^5+x^3+1)^5$	$5x^4+3x^2$
4	$y=2\sin(3x-4)$	$2\cos(3x-4)$	$6\cos(3x-4)$	$\cos(3x-4)$
5	$y=\sqrt{x^2+8}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2x+8}}$	$\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+8}}$	$\dfrac{x}{\sqrt{x^2+8}}$

Вариант 1

1. Найти производную функции $y=3x^4+\cos 5x$.
2. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=\frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=1$
3. Рассчитайте скорость и ускорение точки, движущейся вдоль оси Ох по закону в момент времени t = 3с.
4. Найдите интегралы: а) $\int(4x-7)^8dx$; б) $\int\frac{dx}{\sqrt{1+x}}$
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-3x+4$, $y=4-x$

Вариант 2

1. Найти производную функции $y=2x^3-\sin 3x$
2. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=2x-x^2$ в точке с абсциссой $x_0=2$
3. Рассчитайте скорость и ускорение точки, движущейся вдоль оси Ох по закону в момент времени t = 5 с
4. Найдите интегралы: а) $\int(1-x)^4\cdot x dx$; б) $\int x\sqrt{3x^2-1}dx$
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=3-x$, $y=x^2-5x+3$

Раздел 10. Интеграл и его применение

Текст задания

Вариант 1

1. Вычислите интеграл:

а) $\int_1^2(3x^2+x-4)dx$; б) $\int_1^2\frac{dx}{x^3}$.

2. Для функции *f(x)* = 3sin x найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку М ($\frac{\pi}{2}$; 0)

3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = 0{,}5\, x^2$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 0$.
4. Докажите, что функция F является первообразной для функции *f(x)* на промежутке (- ∞ ; +∞), если $F(x) = x^3 - 4$, $f(x) = 3x^2$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^3 \left[x^2 + (x-3)^2\right] dx$
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 6x - x^2$ и $y = 2x$.

Вариант 2
1. Вычислите интеграл:
а) $\int_1^2 (4x^3 - x + 5)dx$; *б)* $\int_{-2}^{1} \frac{dx}{x^3}$.
2. Для функции $f(x) = 2\cos x$ найдите:
а) множество всех первообразных;
б) первообразную, график которой проходит через точку М ($\frac{\pi}{3}$; 0)
3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2\, x^2$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 0$.
4. Докажите, что функция F является первообразной для функции *f(x)* на промежутке (- ∞ ; +∞), если $F(x) = 2x - x^2$, $f(x) = 2 - 2x$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^3 \left[x^2 + (1-x)^2\right] dx$
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -6x - x^2$ и $y = -2x$.

Раздел 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Текст задания

Вариант 1
1. Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:
   1) завтра будет хорошая погода;
   2) в январе в городе пойдет снег;
   3) в 12 часов в городе идет дождь, а через 24 часа будет светить солнце;
   4) на день рождения вам подарят говорящего крокодила;
   5) круглая отличница получит двойку;
   6) камень, брошенный в воду утонет.
2. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 5, 6, 11, 11, – 1.
3. Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 3 или делится на 2? Определите вид события.
а) сложение событий; б) произведение событий.

4. Вычислите $C_6^4 \cdot C_5^3 - C_5^3 \cdot C_4^2$.

5. На стол бросают два игральных тетраэдра (серый и белый), на гранях каждого из которых точками обозначены числа от 1 до 4. Сколько различных пар чисел может появиться на гранях этих тетраэдров, соприкасающихся с поверхностью стола?

6. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:
а) одно из выбранных чисел – двойка; б) оба числа нечетные.

7. В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?

8. На каждой карточке написана одна из букв к, л, м, н, о, п. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «клоп»?

9. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10.

Вариант 2

1. Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:
1) вы выходите на улицу, а навстречу идет слон;
2) вас пригласят лететь на Луну;
3) черепаха научится говорить;
4) выпадет желтый снег;
5) вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
6) после четверга будет пятница.

2. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда:15, 4, 12, – 3, 15.

3. Какова вероятность того, что первое из задуманных двузначных чисел делится на 2, а второе – делится на 5? Определите вид события.
а) сложение событий; б) произведение событий.

4. Вычислите $A_6^4 \cdot A_5^3$.

5. Из коробки, содержащей 8 мелков различных цветов, Гена и Таня берут по одному мелку. Сколько существует различных вариантов такого выбора двух мелков?

6. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:
а) одно из выбранных чисел – единица; б) оба числа четные.

7. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них белые, а 3 черные?

8. На каждой карточке написана одна из букв р, с, т, у, л, х. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «стул»?

9. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5.

Раздел 12. Уравнения и неравенства

Текст задания

Вариант 1

1. Вычислите: $\dfrac{0{,}725+0{,}6+\dfrac{7}{40}+\dfrac{11}{20}}{0{,}128\cdot 6\dfrac{1}{4}-0{,}0345:\dfrac{3}{25}}\cdot 0{,}25$.

2. Решить уравнения:

   1) $2x^2+5x-1=0$; 2) $3x^2=x$; 3) $\dfrac{4x-1}{2}-\dfrac{3x+2}{4}=1$.

3. Решить неравенства:

   1) $4-2x\le 1-(4x-1)$; 2) $\dfrac{2x-1}{5-x}\ge 0$.

4. Решить систему уравнений: $\begin{cases}2x+5y=15\\ x-2y=3\end{cases}$.

5. Решите уравнения:

   1) $5\cdot(x-1)^2=3-4x+5x^2$; 2) $\sqrt{x+2}=x$.

Вариант 2

1. Вычислите: $\dfrac{0{,}425+0{,}9+\dfrac{7}{40}+\dfrac{11}{20}}{0{,}5\cdot 1\dfrac{3}{5}-0{,}023:\dfrac{2}{25}}\cdot\dfrac{1}{4}$.

2. Решить уравнения:

   1) $4x^2-5x-6=0$; 2) $-3x^2=x$; 3) $\dfrac{4x-1}{3}-\dfrac{3x+2}{6}=1$;

3. Решить неравенства:

   1) $2(1-x)\ge 5x-(3x+2)$; 2) $\dfrac{2x+1}{5-x}\ge 0$.

4. Решить систему уравнений: $\begin{cases}x+5y=15\\ 3x-2y=-6\end{cases}$.

5. Решите уравнения:

   1) $5\cdot(x+2)^2=3-4x+5x^2$; 2) $\sqrt{x-11}=x$.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

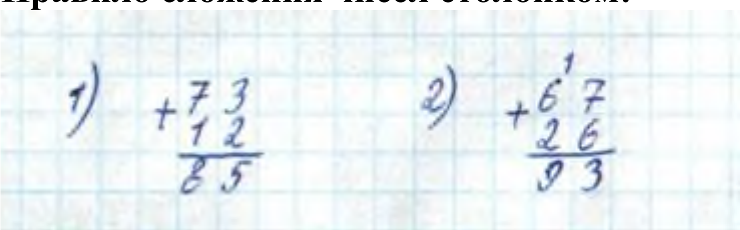
Практическая работа
Тема: «Арифметические действия над числами»
Цель работы:

1. Формировать умения и навыки выполнения действий над числами
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

Множество всех чисел, противоположных натуральным, называется множеством целых отрицательных чисел . Сами натуральные числа при этом называют целыми положительными числами . Множество целых отрицательных чисел, множество целых положительных чисел и число нуль вместе называются множеством целых чисел . Это множество обозначается $\mathbb{Z}$.
Сами натуральные числа иногда записывают со знаком плюс (+), а им противоположные всегда пишут со знаком минус (–). Знак минус перед целым отрицательным числом называется знаком количества в отличие от знака вычитания, который называется знаком действия. Заданное направление координатной прямой называется положительным , противоположное направление называется отрицательным . **Множество иррациональных чисел** - это вещественные числа, которые не являются рациональными, то есть не являются ни целыми,и не могут быть представлены в виде дроби **m/n** , где **m** — целое число, **n** — целое число. Любая непериодическая дробь является иррациональным числом, и любое иррациональное число можно записать в виде бесконечной непериодической дроби.
Действительное число- вещественное число, - положительное число, отрицательное число или нуль.

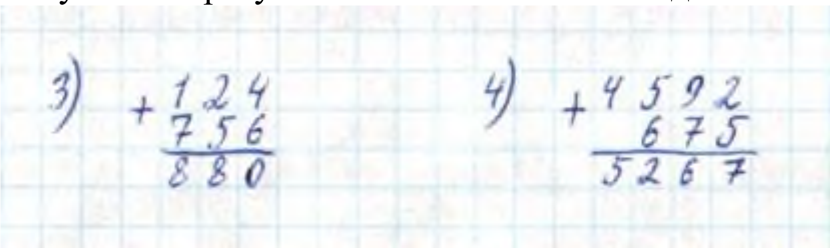
Правило сложения чисел столбиком:



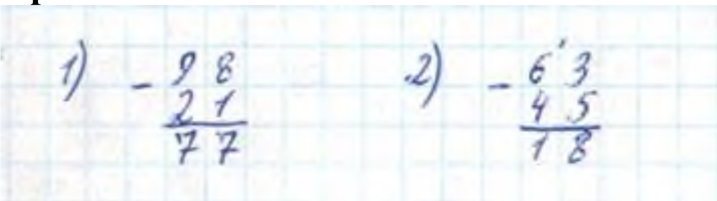
Чтобы сложить два числа, нужно:

1. Записать два числа одно под другим. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы - под единицами, десятки - под десятками и т.д.). Под нижним числом провести черту. Обратите внимание: если числа (или одно из них) смешанное, т.е. имеет десятичную дробную часть, то десятичные запятые так же оказываются на одном уровне.

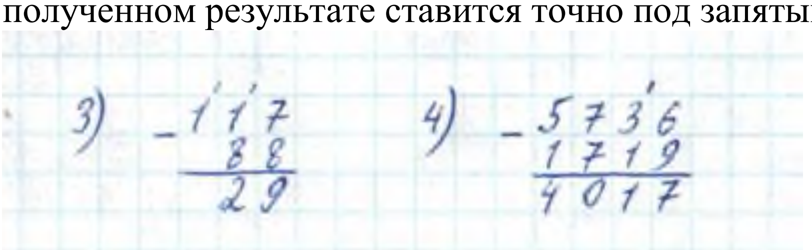
2. Сложить цифры в каждом разряде, начиная с младшего разряда (самого правого). Результат записывается под тем разрядом, в котором выполнено сложение. Если результат - двузначный, на месте ответа записывается число единиц, а число десятков прибавляется к единицам соседнего старшего (находящегося слева от данного) разряда.
3. Если числа (или одно из них) были смешанные, то десятичная запятая в полученном результате ставится точно под запятыми слагаемых.



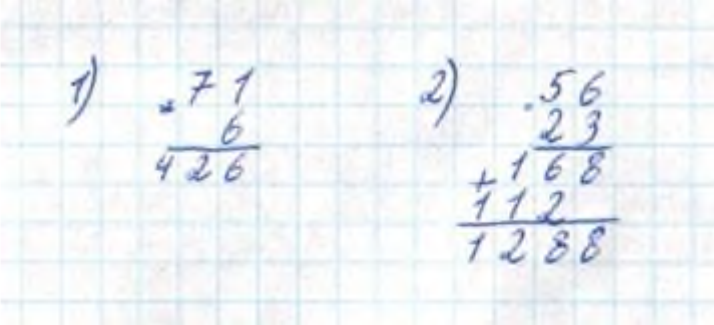
Правило вычитания чисел столбиком:



Чтобы вычесть из одного числа другое, нужно:
1. Записать два числа одно под другим. Уменьшаемое должно располагаться над вычитаемым. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы - под единицами, десятки - под десятками и т.д.). Под нижним числом провести черту. Обратите внимание: если числа (или одно из них) смешанное, т.е. имеет десятичную дробную часть, то десятичные запятые так же оказываются на одном уровне. 2. В каждом разряде вычесть из цифры уменьшаемого цифру вычитаемого, начиная с младшего разряда (самого правого). Результат записывается под тем разрядом, в котором выполнено вычитание. Если в каком-либо разряде цифра уменьшаемого меньше, чем цифра вычитаемого, нужно занять единицу соседнего старшего (расположенного левее данного) разряда, равную десяти единицам данного разряда. После этого в разряде, откуда занимали, остается на единицу меньше, а в текущем разряде становится на 10 единиц больше, что дает возможность выполнить вычитание.
3. Если числа (или одно из них) были смешанные, то десятичная запятая в полученном результате ставится точно под запятыми слагаемых.

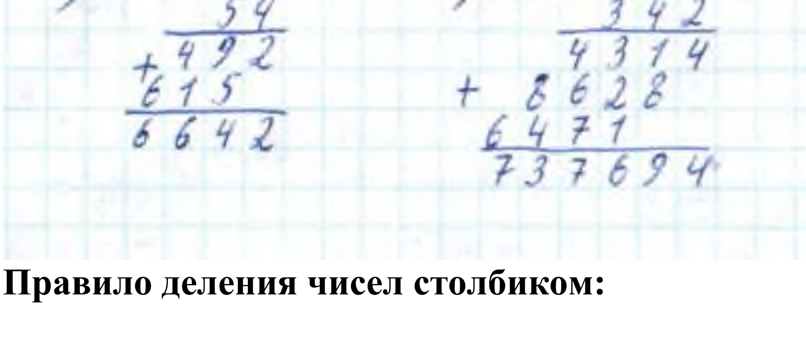


Правило умножения чисел столбиком:

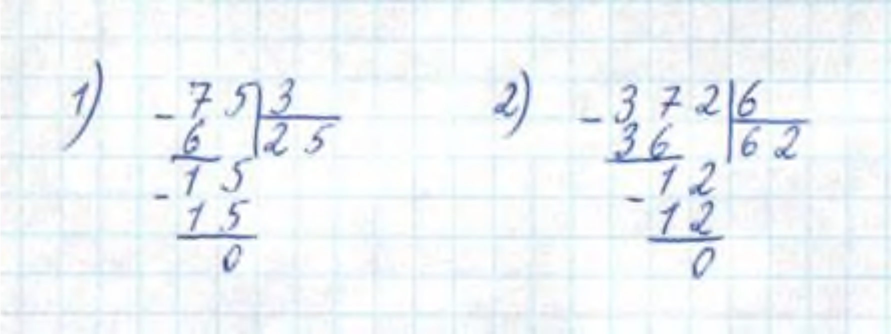


Чтобы умножить два числа, нужно:

1. Записать два числа одно под другим. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы - под единицами, десятки - под десятками и т.д.). Под нижним числом провести черту.
2. Младшую (крайнюю справа) цифру нижнего числа умножить на младшую цифру верхнего числа. Если результат - двузначный, на месте ответа записывается число единиц, а число десятков прибавляется к следующему произведению, получаемому в шаге 3.
3. Младшую цифру нижнего числа умножить на следующую по старшинству (вторую справа) цифру верхнего числа. К произведению прибавляется число десятков предыдущего произведения, если в шаге 2 результат был двузначный. Если после сложения результат двузначный, поступаем с ним так же, как в шаге 2.
4. Аналогично умножить оставшиеся цифры верхнего числа на младшую цифру нижнего. Если цифра верхнего числа была последней (самой левой), произведение записываем полностью. Получено первое частичное произведение.
5. Аналогично умножить все цифры верхнего числа, начиная с младшей, на каждую из оставшихся цифр нижнего. Частичные произведения записывают так, чтобы младшая цифра частичного произведения была на одном уровне с соответствующей цифрой нижнего числа и на одну строчку ниже предыдущего частичного произведения.
6. Сложить полученные частичные произведения. Их сумма является конечным результатом умножения.
7. Если один или оба сомножителя имели десятичную дробную часть, то в произведении справа отсчитывается столько цифр, сколько суммарно было в дробных частях обоих сомножителей и ставится десятичная запятая.

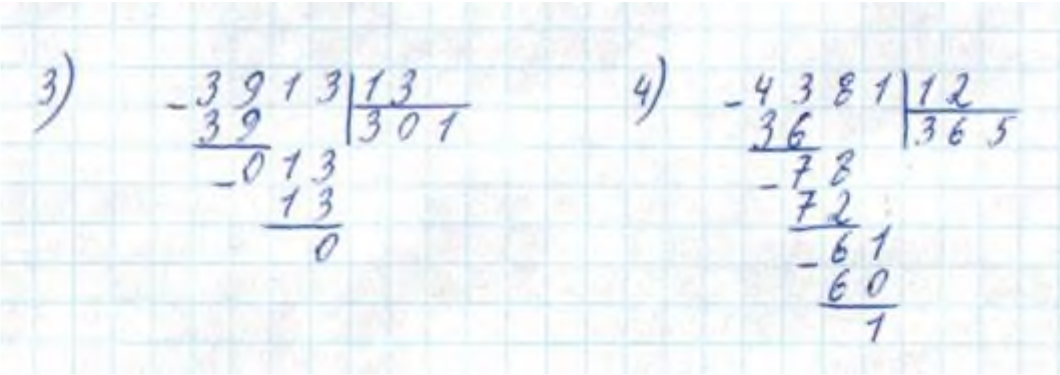


Правило деления чисел столбиком:



Чтобы разделить одно число на другое, нужно:

1. Записать делимое и делитель на одной строке, после чего разделить их вертикальной линией высотой в две строки. Под делителем провести горизонтальную линию, перпендикулярную вертикальной. Под ней будет записано частное. Внимание: если делитель представляет собой десятичную дробь, то запятая в делимом и делителе переносится на одно и то же количество разрядов вправо так, чтобы делитель стал целым числом.
2. Самую левую цифру делимого сравниваем с делителем. Если она меньше делителя, то рассматриваем число, составленное из двух левых цифр делимого. Если это число меньше делителя, рассматриваем число, составленное из трех левых цифр делимого, и таким образом добавляем к рассматриваемому числу цифры делимого до тех пор, пока рассматриваемое число не будет больше или равно делителю.
3. Подсчитываем, какое максимальное количество раз можно отнять от рассматриваемого числа делитель. Это количество раз нужно записать как цифру частного (последующие цифры частного будут добавляться к частному справа).
4. Умножаем делитель на последнюю записанную цифру частного. Произведение пишем под рассматриваемым числом, как для вычитания двух чисел столбиком. Слева пишем знак «минус». Под произведением проводим горизонтальную линию, после чего выполняем вычитание двух чисел. Разность записываем под горизонтальной линией.
5. Если все цифры делимого уже рассмотрены, переходим к шагу 7. Если же нет, дописываем к разности справа следующую (еще не рассмотренную) цифру делимого («сносим вниз» эту цифру). Если получившееся из разности и этой цифры новое рассматриваемое число меньше делителя, то дописываем к частному справа ноль и сносим вниз следующую (еще не рассмотренную) цифру делимого. Так действуем до тех пор, пока рассматриваемое число не станет больше или равно делителю. После этого возвращаемся к шагу 3. При этом, если в делимом есть десятичная дробная часть, и в шаге 4 переносится первая цифра этой части, то в частном ставится десятичная запятая.
7. Все цифры делимого снесены вниз, деление выполнено. Частное записано под делителем. Если остаток от последнего вычитания не равен нулю, то это остаток от деления.



Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Вычислить столбиком:

5565890 + 78866543	5365291 + 38896544
67543245 + 985643	67443265 + 665633
69874565-4567546	65875562-4527563
65768765 - 875432	35469763 - 845836
58765 – 34521 + 64096	55725 – 36522 + 69026
56745 – 12654 + 85690	56543– 62257 + 83698
28*645 – 16124:29	62*125 – 49000:56
56*136 – 45172:46	36*148 – 6848:16
44256 – 18900:20*126	44256 – 18900:20*126
456743 - 17296:47*112	65674 - 12720:48*134
(11+11*11)+11*11-11	(12+12*12)+12*12-12
896-(64356 + 603*3)-123	496-(64325 + 203*3)-876
2543-(23654-702*2)+321	4643-(23234-402*2)+643

Практическая работа
Тема: «Приближенные вычисления»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки вычисления приближенных величин
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:
1. **Метод границ приближенного значения величины.**
Наибольшее из чисел a_1, a_2,…,$a_н$ называют нижней границей величины m, а наименьшее из чисел $в_1$, $в_2$, …, $в_н$ – верхней границей.
Обозначим нижнюю границу –а, верхнюю границу – в
Тогда получаем а $<$ m $<$ в

Пример1. Пусть дано 3,8 $<$ x $<$ 4,2 . Найти границы выражения: А) 3x; Б) -2x+5
Решение:
А) умножим все члены данного неравенства на 3,
3*3,8 $< 3 *$ x $< 3 *$ 4,2
Получаем
11,4 $<$ 3x $<$ 12,6
Б) умножим все члены данного неравенства на -2,
-2*3,8 $< -2 *$ x $< -2 *$ 4,2
$-7,6 <$ -2x $<$ -8,4
При умножении на отрицательное число знак меняется в другую сторону
Получаем
$-8,4 <$ -2x $<$ -7,6
Теперь прибавим ко всем членам данного неравенства 5
5 $-8,4 <$ 5-2x < 5 -7,6
Получаем
$-3,4 <$ -2x+5 $<$ -2,6
Ответ: а) 11,4 $<$ 3x $<$ 12,6; б) $-3,4 <$ -2x+5 $<$ -2,6

Пример 2. Пусть дано 6,2 $<$ x $<$ 8,4 . Найти границы величины $\frac{1}{x}$.
Решение: x $>$ 0
Так как x $>$ 6,2 то $\frac{1}{x} < \frac{1}{6.2}$ или $\frac{1}{x} < \frac{5}{31}$
Но x $<$ 8,4, то $\frac{1}{x} > \frac{1}{8.4}$ или $\frac{1}{x} > \frac{5}{42}$
Получаем

$\frac{5}{42} < \frac{1}{x} < \frac{5}{31}$; $\frac{5}{42} \approx 0{,}119\ldots \approx 0{,}11$; $\frac{5}{31} \approx 0{,}156\ldots \approx 0{,}16$

Получаем $0{,}11 < \frac{1}{x} < 0{,}16$

Ответ: $0{,}11 < \frac{1}{x} < 0{,}16$

Пример 3.

Границы суммы а+в $m_1+n_1 < a+b < m_2+n_2$

Найти границы суммы а+в, если

$1{,}2 < а < 1{,}4$

$-1{,}5 < в < -1{,}1$

Решение: сложим почленно оба выражения

$1{,}2-1{,}5 < а+в < 1{,}4-1{,}1$

Получим

$-0{,}3 < а+в < 0{,}3$

Ответ: $-0{,}3 < а+в < 0{,}3$

Пример 4.

Границы разности а-в $m_1 - n_2 < a-b < m_2 - n_1$

Найти границы разности а-в, если

$-3{,}2 < а < -2{,}8$

$1{,}5 < в < 1{,}7$

Решение: вычтем выражения крест на крест

$-3{,}2-1{,}7 < а-в < -2{,}8-1{,}5$

Получим

$-4{,}9 < а-в < -4{,}3$

Ответ: $-4{,}9 < а-в < -4{,}3$

Пример 5.

Границы произведения а$\cdot$в $m_1 \cdot n_1 < a \cdot b < m_2 \cdot n_2$

Найти границы произведения а$\cdot$в, если

$2{,}1 < а < 2{,}6$

$1{,}2 < в < 1{,}4$

Решение: перемножим данные почленно

$2{,}1 \cdot 1{,}2 < а \cdot в < 2{,}6 \cdot 1{,}4$

$2{,}52 < а \cdot в < 3{,}64$

Ответ: $2{,}52 < а \cdot в < 3{,}64$

Пример 6.

Границы частного $\frac{a}{в}$ $\frac{m_1}{n_2} < \frac{a}{в} < \frac{m_2}{n_1}$

Найти границы частного $\frac{a}{в}$

$3{,}8 < a < 4$

$2{,}4 <$ в $< 2{,}6$

Решение: поделим выражения крест на крест

$\frac{3{,}8}{2{,}6} < \frac{a}{в} < \frac{4}{2{,}4}$

$1{,}4 < \frac{a}{в} < 1{,}6$

Ответ: $1{,}4 < \frac{a}{в} < 1{,}6$

2. **Точность приближенных значений величин.**

X= a $\pm$ h

В практике в качестве приближения величины x можно взять среднее арифметической нижней и верхней границ этого числа, т.е. если известно, что $m_1 < x < m_2$, то примем

$$a = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

Тогда

$$h = \frac{|m_1 - m_2|}{2}$$

Пример 7. Вычислить приближенное значение величины x , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения , если

$3{,}6 < x < 3{,}8$

$a = \frac{3{,}6+3{,}8}{2} = 3{,}7$; $h = \frac{|3{,}6-3{,}8|}{2} = 0{,}1$; $x = 3{,}7 \pm 0{,}1$

Ответ: $x = 3{,}7 \pm 0{,}1$

3. **Относительная погрешность.**

$$\omega = \frac{\Delta}{x}$$

Т.к. в большинстве случаев истинное значение величины x неизвестно, то на практике относительную погрешность оценивают некоторым числом ε, большим этой погрешности.

$$\varepsilon = \frac{h}{|a|} \quad h = \varepsilon|a|$$

ε- граница относительной погрешности

Пример 8. Пусть $x = 42{,}1 \pm 0{,}2$. вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины x.

Решение: $x = 42{,}1 \pm 0{,}2$

$a = 42{,}1$ $h = 0{,}2$

$\varepsilon = \frac{h}{|a|} = \frac{0{,}2}{42{,}1} = 0{,}004 = 0{,}4$ %

Ответ: ε = 0,4 %

Пример 9. Найдите верхнюю и нижнюю границы, если приближенное значение числа и относительная погрешность а процентах соответственно равны: а = 18; ε = 1%

Решение: h = 18 · 0,01 = 0,18

а = 18 h = 0,18

m_1 = а – h = 18 – 0,18 = 17,82

m_2 = а + h = 18 + 0,18 = 18,18

17,82 $\le$ х $\le$ 18,18

Ответ: 17,82 $\le$ х $\le$ 18,18

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Пусть дано 3,4< х < 3,9 . Найти границы выражения: А) -3х+2	Пусть дано 3,2< х < 3,6 . Найти границы выражения: А) -4х+3
Пусть дано 5,9< х < 7,4 . Найти границы величины $\frac{1}{x}$.	Пусть дано 6< х < 8,2 . Найти границы величины $\frac{1}{x}$.
Найти границы суммы а+в, если 1,8< а <2,4 -1,3<в $< -0{,}8$ Найти границы разности а-в, если -3,4<а $< -2{,}9$ 1,4< в <1,9	Найти границы суммы а+в, если 1,6< а <1,9 -1,2<в $< -0{,}6$ Найти границы разности а-в, если -3,1<а $< -2{,}6$ 1,2< в <1,5
Найти границы произведения а·в, если 2,4<а<2,6 1,4< в <1,8	Найти границы произведения а·в, если 2,3<а<2,8 1,2< в <1,6
Найти границы частного $\frac{а}{в}$ 3,2<а<4,2 2,2< в <2,5	Найти границы частного $\frac{а}{в}$ 3,4<а<4,4 2,6< в <2,8
Вычислить приближенное значение величины х , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения , если 3,4<х<3,9	Вычислить приближенное значение величины х , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения , если 3,2<х<3,6
Пусть х = 37,6$\pm$ 0,2 . вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины х.	Пусть х = 38,1$\pm$ 0,2 . вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины х.
Найдите верхнюю и нижнюю границы, если	Найдите верхнюю и нижнюю границы, если

приближенное значение числа и относительная погрешность а процентах соответственно равны: а = 24 ; ε = 4%	приближенное значение числа и относительная погрешность а процентах соответственно равны: а = 32 ; ε = 3%

Практическая работа
Тема: «Корни и степени»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки вычисления корней и степеней
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :
1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:
Определение. Корнем n-й степени из числа а называется такое число, n-я степень которого равна а.
Свойства корня n-ой степени.

□ $\sqrt[n]{a^n} = \left[\begin{array}{l} a, \text{ если } n = 2k-1, \ \forall k \in N, \ \forall a \in R \\ |a|, \text{ если } n = 2k, \ \forall k \in N, \ \forall a \in R \end{array}\right.$

□ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$, □ *n*□ *N*, □ *a* □ 0, *b* □ 0, *a, b* □ *R*

□ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, □ *n*□ *N*, □ *a* □ 0, *b* > 0, *a, b* □ *R*

□ $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$, □ *n, m* □ *N*, □ *a* □ 0, *a* □ *R*

□ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^k$, □ *n, m, k* □ *N, k =m : n,* □ *a* □ 0, *a* □ *R*

$\sqrt[n]{a^m} = a^k\sqrt[n]{a^r}$, □ *n, m, k, r* □ *N, m = nk + r,* 0 < *r* □ *n*-1, □ *a* □ 0, *a* □ *R*

6. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$, □ *n, m* □ *N*, □ *a* □ 0, *a* □ *R*

7. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[q]{a^p}$, □ *n, m, p, q, k* □ *N, m = kq, n = kp,* □ *a* □ 0, *a* □ *R*

8. $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq+np}}$, □ *n, m, p, q* □ *N*, □ *a* □ 0, *a* □ *R*

$\sqrt[n]{a^m} : \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq-np}}$, □ *n, m, p, q* □ *N*, □ *a* □ 0, *a* □ *R.*

Пример :
1) $\sqrt[4]{27}\,\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{27*3} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$
2) $\sqrt[3]{\frac{256}{625}} : \sqrt[3]{\frac{4}{5}} = \sqrt[3]{\frac{256}{625}} : \frac{4}{5} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$

3) $\sqrt[7]{5^{21}} = \sqrt[7]{(5^3)^7} = 5^3 = 125$

4) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} = \sqrt[12]{4096} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2$

5) $(\sqrt[4]{9})^{-2} = \sqrt[4]{9^{-2}} = \sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{1}{3}$

Определение. *Степенью числа а с натуральным показателем n, большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен а. Степенью числа а с показателем 1 называется само число а.*

Степень с основанием *а* и показателем *n* записывается так: a^n . Читается " *а* в степени *n* "; " n- я степень числа *а* ".

По определению степени:
$a^1 = a$
$a^2 = a \bullet a$
$a^3 = a \bullet a \bullet a$
$a^4 = a \bullet a \bullet a \bullet a$
. . . .
$a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots a}_{n}$
Нахождение значения степени называют ***возведением в степень***.
1. Примеры возведения в степень:
$3^3 = 3 \bullet 3 \bullet 3 = 27$
$0^4 = 0 \bullet 0 \bullet 0 \bullet 0 = 0$
$(-5)^3 = (-5) \bullet (-5) \bullet (-5) = -125$

$7^1 = 7$ **2.Представьте в виде квадрата числа:** 25 ; 0,09 ; $\frac{16}{49}$

$25 = 5^2$; $0{,}09 = (0{,}3)^2$; $\frac{16}{49} = \left(\frac{4}{7}\right)^2$.
3. Представьте в виде куба числа:
27 ; 0,001 ; 8 .
$27 = 3^3$; $0{,}001 = (0{,}1)^3$; $8 = 2^3$.
4. Найти значения выражений:
а) $3 \bullet 10^3 = 3 \bullet 10 \bullet 10 \bullet 10 = 3 \bullet 1000 = 3000$
б) $-2^4 + (-3)^2 = 7$
$2^4 = 16$
$(-3)^2 = 9$
$-16 + 9 = 7$
Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание
Задание для работы.
Вычислить :

1 вариант	**2 вариант**
1.Найдите значения степени: а) 10^3; в) $(-8)^4$; г) $3{,}2^2$; е) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$; **2. Представьте в виде квадрата или куба число:** а) 25; б) -64; в) 2,89; г) 0,027; **3. Представьте в виде степени произведение:** а) $7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7$; б) $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$; в) $x\cdot x\cdot x$; г) $y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y$; д) $x^5\ x^8$; е) $y^2\ y^9$; ж) $2^6\cdot2^4$; з) $m^2\ m^5\ m^4$; и) $x^6\cdot\ x^3\cdot\ x^7$; к) $(-7)^3\cdot\ (-7)^2\cdot\ (-7)^9$. **4. Представьте в виде степени частное:** а) $x^8 : x^4$; б) $(-0{,}5)^{10} : (-0{,}5)^8$; в) $x^5 : x^3$; г) $y^{10} : y^{10}$; д) $2^6 : 2^4$; е) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^4$. **5 . Вычислить .** а) $\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot1\frac{1}{3}-(0{,}5)^2$; б) $3000\cdot(0{,}2)^3-(-2)^6$; в) $\frac{1{,}6}{(0{,}4)^2}-(-3)^3$; г) 5^2-3^2 ; д) $6^2:(-4)$; е) $3\cdot6^2$; ж) $(-10+7)^3$; з) $\frac{6^6}{6^4}$; и) $\frac{(-0{,}5)^9}{(-0{,}5)^6}$; к) $\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^7}{\left(-\frac{2}{3}\right)^4}$; л) $\frac{\left(1\frac{2}{5}\right)^5}{\left(1\frac{2}{5}\right)^3}$; м) 2^3-3^2 ; н) $(-2)^3\cdot(-1)^6$; о) $a^4\cdot a\cdot a^3a$; п) $(7x)^2$; р) $p\cdot p^2\cdot p^0$; с) $c\cdot c^3\cdot c$; т) $т\cdot т^4\cdot(т^2)^2\cdot т^0$; у) $(2^3)^7 : (2^5)^3$; ф) $-x^3\cdot(-x)^4$; х) $(p^2)^4 : p^5$; ц) $(3^4)^2\cdot(3^2)^3 : 3^{11}$.	**1.Найдите значения степени:** а) 7^3; в) $(-3)^4$; г) $5{,}4^2$; д) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; **2. Представьте в виде квадрата или куба число:** а) 36; б) -121; в) 1,728; г) 0,081; **3. Представьте в виде степени произведение:** а) $6\cdot6\cdot6\cdot6\cdot6$; б) $(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)$; в) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$; г) $y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y$; д) $x^6\ x^9$; е) $y^7\ y^5$; ж) $2^3\cdot2^8$; з) $m^3\ m^7\ m^2$; и) $x^5\cdot\ x^4\cdot\ x^8$; к) $(-4)^4\cdot\ (-4)^3\cdot\ (-4)^7$. **4. Представьте в виде степени частное:** а) $x^6 : x^3$; б) $(-0{,}3)^9 : (-0{,}3)^4$; в) $x^8 : x^2$; г) $y^9 : y^9$; д) $3^5 : 3^2$; е) $\left(\frac{3}{7}\right)^8 : \left(\frac{3}{7}\right)^5$. **5 . Вычислить.** а) $\left(\frac{2}{9}\right)^2\cdot2\frac{1}{4}-(0{,}6)^2$; б) $5000\cdot(0{,}3)^3-(-3)^7$; в) $\frac{2{,}4}{(0{,}2)^3}-(-3)^4$; г) 3^4-2^5; д) $8^2:(-3)$; е) $8\cdot7^2$; ж) $(-9+2)^3$; з) $\frac{8^4}{8^2}$; и) $\frac{(-0{,}2)^8}{(-0{,}2)^5}$; к) $\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^8}{\left(-\frac{3}{5}\right)^4}$; л) $\frac{\left(2\frac{2}{5}\right)^6}{\left(2\frac{2}{5}\right)^3}$ м) 4^4-4^2; н) $(-3)^4\cdot(-1)^5$; о) $a^5\cdot a\cdot a^4a$; п) $(8x)^3$; р) $p\cdot p^4\cdot p^0$; с) $c\cdot c^5\cdot c$; т) $т\cdot т^3\cdot(т^4)^4\cdot т^0$; у) $(4^3)^5 : (4^2)^6$; ф) $-x^5\cdot(-x)^3$; х) $(p^5)^4 : p^3$; ц) $(5^4)^2\cdot(5^2)^5 : 5^{10}$.
Вычислить:	Вычислить:
1) а) $\sqrt[5]{8}\cdot\sqrt[5]{4}$; б) $\sqrt[4]{\frac{162}{768}} : \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$; в) $\sqrt[8]{7^{24}}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{32768}}$; д) $(\sqrt[10]{32})^{-2}$.	1) а) $\sqrt[4]{64}\cdot\sqrt[4]{4}$; б) $\sqrt[5]{\frac{4096}{46656}} : \sqrt[5]{\frac{4}{6}}$; 2) в) $\sqrt[6]{8^{18}}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{19683}}$; д) $(\sqrt[9]{27})^{-3}$.

Практическая работа
Тема: «Степень с рациональным показателем»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения упражнений применяя свойства степени
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Перечень справочной литературы :
1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение ,
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа,
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике»,
Краткие теоретические сведения:
Напомним, что рациональное число r — это число

вида $\frac{m}{n}$, где m — целое, n — натуральное число.
Все свойства степени с натуральным показателем верны для степени с любым рациональным показателем и положительным основанием.
А именно, для любых рациональных чисел p и q и любых $a > 0$ и $b > 0$ верны равенства:
Свойства степени:
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^p a^g = a^{p+g}$

$a^p : a^g = a^{p-g}$
$(a^p)^g = a^{pg}$
$(ab)^p = a^p b^p$
$a^0 = 1$
$a^1 = a$
$(\frac{a}{b})^p = \frac{a^p}{b^p}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Примеры :

1. $7^{\frac{1}{4}} * 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1+3}{4}} = 7^{\frac{4}{4}} = 7^1 = 7$
2. $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$
3. $(16^{\frac{1}{3}})^{9/4} = 16^{\frac{1*9}{3*4}} = 16^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$
4. $24^{\frac{2}{3}} = (2^3 * 3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 * 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9}$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

1 вариант	2 вариант
Вычислить	Вычислить
$8^{\frac{1}{2}} * 8^{\frac{1}{2}}$	$11^{\frac{1}{2}} * 11^{\frac{1}{2}}$
$16^{\frac{2}{3}} : 16^{\frac{1}{2}}$	$25^{\frac{2}{3}} : 25^{\frac{1}{2}}$
$27^{\frac{2}{3}} : 27^{\frac{1}{3}}$	$64^{\frac{2}{3}} : 64^{\frac{1}{3}}$
$(16^{\frac{1}{4}})^{\frac{20}{4}}$	$(81^{\frac{1}{4}})^{\frac{12}{4}}$
$(81 * 16)^{\frac{1}{4}}$	$(81 * 6)^{\frac{-1}{4}}$
$16^{\frac{1}{4}} * 25^{\frac{1}{2}}$	$(\frac{1}{15})^{-1} : 9^{\frac{1}{2}}$
$(\frac{27^3}{125^6})^{\frac{1}{9}}$	$(27 * 8)^{\frac{1}{3}}$
$\frac{7^{\frac{7}{3}} * 7^{\frac{-4}{3}}}{7^2}$	$\frac{5^{\frac{1}{4}} * 5^{\frac{1}{4}}}{5^2}$
$7^{\frac{-4}{3}} * 7^{\frac{1}{12}} * 7^{\frac{-3}{4}}$	$2^{1,3} * 2^{-0,7} * 2^{1,4}$
$25^{0,3} * 5^{1,4}$	$4^{0,7} * 2^{-0,4}$
Упростить выражение	Упростить выражение
$(x^{0,5} - y^{0,5})x^{0,5}y + (xy^3)^{0,5}$	$(x^{0,5} + y^{0,5})xy^{0,5} - (x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{6}})^3$

Практическая работа
Тема: «Степень с действительным показателем»
Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения упражнений применяя свойства степени
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

При любом x € R и любом $a > 0$ степень a^x является положительным действительным числом: $a^x > 0$ при x € R, $a > 0$.

Если основание степени а = 0, то степень 0^x определяют только при $x > 0$ и считают, что $0^x = 0$ при $x > 0$. Например, $0^{\sqrt{2}} = 0$, $0^{0,1} = 0$. При $x < 0$ выражение 0^x не имеет смысла. Например, выражения 0^{-1}, $0^{-\sqrt{2}}$ смысла не имеют.

При таком определении степени с действительным показателем сохраняются все известные свойства степени с рациональным показателем.

Пример 1. Упростить выражение : $\frac{(a^{\sqrt{3-1}})^{\sqrt{3+1}}}{a^{\sqrt{5-3}} * a^{4-\sqrt{5}}}$

► Применяя свойства степени с действительным показателем, получаем

$$\frac{(a^{\sqrt{3-1}})^{\sqrt{3+1}}}{a^{\sqrt{5-3}} * a^{4-\sqrt{5}}} = \frac{a^{(\sqrt{3-1)(\sqrt{3+1})}}}{a^{\sqrt{5-3+4-\sqrt{5}}}} = \frac{a^2}{a} = a$$

Для любого $a > 1$ и любого $x >$ О число a^x больше 1, т. е. $a^x > 1$ при $a > 1$, $x > 0$.

С помощью свойств степени с действительным показателем доказывается следующая теорема:

Теорема. Пусть а > 1 и $x_1 < x_2$. Тогда $a^{x1} < a^{x2}$.

Следствие 1. Пусть $0 < a < 1$ и $x_1 < x_2$. Тогда $a^{x1} > a^{Xz}$.

Следствие 2. Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $a^{Xl} = a^{Xz}$.
Тогда $x_1 = x_2$.

Следствие 3. Пусть $0 < x_1 < x_2$. Тогда если $p > 0$, то $x^p{}_1 < x^p{}_2$, а если $p < 0$, то $x^p{}_1 > x^p{}_2$.

Таким образом, при возведении неравенства с положительной левой и положительной правой частями в положительную степень знак неравенства не меняется, а при возведении в отрицательную степень знак неравенства меняется на противоположный.

Свойства степени:

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$a^p a^g = a^{p+g}$

$a^p : a^g = a^{p-g}$

$(a^p)^g = a^{pg}$

$(ab)^p = a^p b^p$
$a^0 = 1$
$a^1 = a$
$(\frac{a}{b})^p = \frac{a^p}{b^p}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Примеры :

5. $7^{\frac{1}{4}} * 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1+3}{4}} = 7^{\frac{4}{4}} = 7^1 = 7$
6. $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$
7. $(16^{\frac{1}{3}})^{9/4} = 16^{\frac{1*9}{3*4}} = 16^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$
8. $24^{\frac{2}{3}} = (2^3 * 3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 * 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9}$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Задание упростить выражение, вычислить :

$\frac{а^{\sqrt{5}} * в^{\sqrt{5}}}{(ав)^{2+\sqrt{5}}}$	$\frac{а^{\sqrt{8}} * в^{\sqrt{8}}}{(ав)^{3+\sqrt{8}}}$
$(а^{1+\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$	$(а^{1+\sqrt{5}})^{1-\sqrt{5}}$
$(а^{\sqrt{3}} - в^{\sqrt{5}})(а^{\sqrt{3}} + в^{\sqrt{5}})$	$(а^{\sqrt{2}} - в^{\sqrt{5}})(а^{\sqrt{2}} + в^{\sqrt{5}})$
$а^{\sqrt{3}} * а^{1-\sqrt{3}}$	$а^{\sqrt{7}} * а^{1-\sqrt{7}}$
$а^{\sqrt{7}+1} * а^{\sqrt{7}-1}$	$а^{\sqrt{8}+1} * а^{\sqrt{8}-1}$
$(5^{1+\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$	$(7^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$
$4^{2-3\sqrt{7}} * 64^{\sqrt{7}}$	$5^{2-3\sqrt{10}} * 125^{\sqrt{10}}$
$\frac{12^{3+\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}} * 4^{2+\sqrt{5}}}$	$\frac{15^{3+\sqrt{8}}}{3^{3+\sqrt{8}} * 5^{4+\sqrt{8}}}$
$(в^{\sqrt{10}})^{\sqrt{10}} : в^2$	$(в^{\sqrt{7}})^{\sqrt{7}} : в^2$
$4^{1+\sqrt{5}} * 2^{3-\sqrt{5}} * 2^{-2-\sqrt{5}}$	$16^{1+\sqrt{7}} * 4^{2-\sqrt{7}} * 4^{-2-\sqrt{7}}$
$(а^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1})^{1-\sqrt[3]{2}}$	$(а^{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{4}+1})^{1-\sqrt[3]{4}}$
$(а^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}})^{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{25}}$	$(а^{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}})^{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{16}}$

Практическая работа
Тема: «Определение логарифма»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения логарифмов
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:
Определение: Логарифмом положительного числа **b** по основанию **a**, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число **a,** чтобы получить **b**.

$$\boxed{\begin{array}{l} \log_a b = x \\ a^x = b \end{array}}$$

Пример1: Вычислить $\log_2 8$
$\log_2 8 = x$
По определению логарифма
$2^x=8$
$2^x=2^3$
$X=3$
Получаем
$\log_2 8=3$
Определение логарифма можно кратко записать так:

$$\boxed{a^{\log_a b}=b}$$

Это равенство справедливо при $b > 0$, $a < 0$, $a \neq 1$. Его обычно называют основным логарифмическим тождеством.
Пример 2. Вычислить
$4^{\log_4 5}=5$

$3^{-2\log_3 5}=(3^{\log_3 5})^{-2}=5^{-2}=\frac{1}{25}$
Пример 3. Решить уравнение $\log_3(1-x)=2$
По определению логарифма $3^2=1-x$; $-x=9-1$; $-x=8$ или $x=-8$
Ответ: $X= - 8$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.
1 вариант

Задание вычислить логарифмы:

$\log_2 32$; $\log_2 \frac{1}{4}$; $\log_2 \sqrt{8}$;

$\log_3 9$; $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$; $\log_3 \sqrt[5]{3}$;

$\log_4 16$; $\log_{\frac{1}{4}} 16$; $\log_4 \sqrt[3]{4}$;

$\log_5 125$; $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{625}$; $\log_6 36$.

Задание вычислить:

$5^{\log_5 20}$; $2^{3\log_2 7}$; $16^{\log_4 3}$; $2^{2+\log_2 9}$; $3^{2-\log_3 7}$.

Задание решить уравнение:

$\log_3(1-x)=3$

$\log_2(x-5)=2$

$\log_6 x=3$

Задание для работы.

2 вариант

Задание вычислить логарифмы:

$\log_2 64$; $\log_2 \frac{1}{8}$; $\log_2 \sqrt[3]{4}$;

$\log_3 27$; $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$; $\log_3 \sqrt[3]{3}$;

$\log_4 64$; $\log_{\frac{1}{4}} 16$; $\log_4 \sqrt[4]{4}$;

$\log_5 3125$; $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25}$; $\log_6 \frac{1}{216}$.

Задание вычислить:

$4^{\log_4 17}$; $7^{2\log_7 9}$; $8^{\log_2 5}$; $3^{2+\log_3 4}$; $2^{3-\log_2 6}$.

Задание решить уравнение:

$\log_2(1-x)=3$

$\log_3(5-x)=2$

$\log_5 x=4$

Практическая работа
Тема: «Свойства логарифмов»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки применения свойства логарифмов при решении логарифмов
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:
При выполнении преобразований выражений, содержащих логарифмы, при вычислениях и при решении уравнений часто используются различные свойства логарифмов.
Рассмотрим основные из них.
Пусть $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, r- любое действительное число. Тогда справедливы формулы:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$
$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$
$$\log_a b^r = r\log_a b$$
$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p}\log_a b$$

Пример1. Вычислить:
$\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2$
Пример 2. Вычислить:
$\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} \frac{48}{4} = \log_{12} 12=1$
Пример 3. Вычислить:
$\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}\log_3 3= \frac{1}{7}*1= \frac{1}{7}$
Пример 4. Вычислить:
$\log_8 2= \log_{2^3} 2 = \frac{1}{3}\log_2 2 =\frac{1}{3} *1 = \frac{1}{3}$
Пример 5. Вычислить:
$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}*50 =\log_5 25 = 2$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.
1 вариант
Задание вычислить:
$\log_{10} 5 + \log_{10} 20$;
$\log_{10} 25 + \log_{10} 40$;

$\log_2 64 - \log_2 4$;
$\log_2 8 - \log_2 2$;
$\log_{13} \sqrt[6]{169}$;
$\log_2 \sqrt[6]{128}$;
$\log_4 12 - \log_4 15 + \log_4 20$;
$\log_{\frac{1}{2}} 12 - \log_{\frac{1}{2}} 15 + \log_{\frac{1}{2}} 20$;
$\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$;
$2\log_3 6 - \frac{1}{2}\log_3 400 + 3\log_3 \sqrt[3]{45}$.

Задание для работы.
2 вариант
Задание вычислить:

$\log_{10} 2\,5 + \log_{10} 4$;
$\log_{10} 50 + \log_{10} 20$;
$\log_2 16 - \log_2 4$;
$\log_2 8 - \log_2 4$;
$\log_{11} \sqrt[5]{121}$;
$\log_3 \sqrt[6]{243}$;
$\log_2 12 - \log_2 15 + \log_2 20$;
$\log_{16} 12 - \log_{16} 15 + \log_{16} 20$;
$\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{7}} 36 - \log_{\frac{1}{7}} 14 - 3\log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{21}$;
$2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$.

Практическая работа
Тема: «Логарифмические уравнения и неравенства»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения логарифмических уравнений и неравенств
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Рассмотрим решение логарифмических уравнений на примерах.
Пример 1 . Решить уравнение $\log_{10}(x+1) = 2$
О.О.Л. x+1 $>$ 0
x $>$ -1
решение: $\log_{10}(x+1) = 2$
по определению логарифма получаем
$x+1 = 10^2$
x+1 = 100
x = 100-1
x = 99
99 больше чем -1, значит он идет в ответ
Ответ: x = 99
Пример 2. Решить уравнение $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$
Преобразуем левую часть по свойству логарифмов $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$
Получим
$\log_2(x+1)$(x+3)=3 (1)
Так как любое число можно записать в виде логарифма, то представим 3 в виде логарифма с основанием 3 , получим
$\log_2(x+1)$(x+3)= 3
По определению логарифма получаем
$(x+1)(x+3) = 2^3$ (2)
Умножаем скобки
$X^2 + 4x + 3 = 8$
$X^2 + 4x - 5 = 0$
$Д = 4^2 - 4*1*(-5) = 16 + 20 = 36 \rightarrow 6$
$X_1 = 1$; $x_2 = -5$
Так как уравнение (2) является следствием исходного уравнения, то необходима проверка.
$X_1 = 1$
$\log_2(1+1) + \log_2(1+3) = 3$
$\log_2 2 + \log_2 4 = 3$
1+2=3

3=3
Этот корень подходит
x_2 = -5
$\log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=3$

Скобки получаются отрицательны, и поэтому левая часть уравнения (1) не имеет смысла, то есть х=-5 не является корнем этого уравнения.
Ответ: X_1=1

Пример 3 . Решить уравнение $\log_7(3x+4)=\log_7(5x+8)$
Приравнивая выражения, стоящие под знаком логарифма, получаем
3x+4 = 5x+8
3x-5x=8-4
-2x=4
X=-2
Выполняя проверку, убеждаемся, что при x=-2 левая и правая части исходного уравнения не имеют смысла.
$\log_7(-6+4)=\log_7(-10+8)$

Ответ: корней нет.
При изучении логарифмической функции рассматривались неравенства вид $\log_a x <$ a b и $\log_a x >$b. Приведем примеры решения более сложных **логарифмических неравенств.** Обычный способ решения таких неравенств заключается в переходе от них к более простому неравенству или системе неравенств, имеющей то же самое множество решений, то есть к равносильному неравенству или к равносильной системе неравенств.

Пример 1. Решить неравенство $\log_2(x-3)+\log_2(x-2)\le 1$
2$>$1, знак не меняется в неравенстве
О.О.Л: $\begin{cases} x-3>0 \\ x-2>0 \end{cases}$
$\begin{cases} x>3 \\ x>2 \end{cases}$получаем отсюда х$>3$
Решение по свойствам логарифмов получаем
$\log_2(x-3)(x-2)\ \le 1$

(x-3)(x-2)$\le 2^1$

X^2-5x+6-2≤ 0

X^2-5x+4≤ 0

X^2-5x+4=0

Д=5^2-4*1*4=25-16=9$\to$3
X_1=1, x_2=4
У(0)=0-0+4=4
Получаем 1$\le$x$\le$4

Совмещая этот отрезок с промежутком х >3, получаем
3$<$x$\le$4

Ответ: $3<x\le 4$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	2 вариант
$\log_2(2x-1)=3$ $\log_{10}(4x+5)-\log_{10}(5x+2)=0$ $\log_3(2x+1)=\log_3 13+\log_3 3$ $\log_3(4-2x)-\log_3 2<2$ $\log_2(x-1)+\log_2(x+4)\le\log_2 6$	$\log_2(x+3)=4$ $\log_3(5x+3)-\log_3(7x+5)=0$ $\log_{10}(x+3)=\log_{10}10+\log_{10}25$ $\log_2(2x+1)-\log_2 3\le 1$ $\log_3(5-x)+\log_3(-1-x)\ge 3$
3 вариант	**4 вариант**
$\log_5(x-2)=2$ $\log_3(2x+4)-\log_3(4x+12)=0$ $\log_{10}(5x+2)=\log_{10}6+\log_{10}2$ $\log_3(6-2x)-\log_3 2<3$ $\log_3(x-2)+\log_3(x+6)>2$	$\log_3(x+4)=2$ $\log_{10}(x+2)-\log_{10}(2x+6)=0$ $\log_2(7x-4)=\log_2 4+\log_2 13$ $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)-\log_{\frac{1}{2}}16>5$ $\log_2(x-2)+\log_2(x-3)<1$

Практическая работа
Тема: «Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тестов и задач с использованием аксиом стереометрии и следствий из аксиом
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Теория.
A_1. *Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.*
A_2. *Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.*
Аз. *Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.*
Некоторые следствия из аксиом.
Теорема. ***Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.***
Доказательство. Рассмотрим прямую а и не лежащую на ней точку M. Докажем, что через прямую a и точку M проходит плоскость. Отметим на прямой a две точки P и Q. Точки M, P и Q не лежат на одной прямой, поэтому согласно аксиоме A1 через эти точки проходит некоторая плоскость а. Так как две точки прямой a (P и Q) лежат в плоскости а, то по аксиоме A2 плоскость а проходит через прямую a.
Единственность плоскости, проходящей через прямую a и точку M, следует из того, что любая плоскость, проходящая через прямую a и точку M, проходит через точки M, P и Q. Следовательно, она совпадает с плоскостью a, так как по аксиоме A1 через точки M, P и Q проходит только одна плоскость. Теорема доказана.
Теорема. ***Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.***
Доказательство. Рассмотрим прямые a и $Ь$, пересекающиеся в точке M, и докажем, что через эти прямые проходит плоскость, и притом только одна.
Отметим на прямой $\boldsymbol{b}$ какую-нибудь точку N, отличную от точки M, и рассмотрим плоскость а, проходящую через точку N и прямую a. Так как две точки прямой $\boldsymbol{b}$ лежат в плоскости а, то по аксиоме A2 плоскость а проходит через прямую $Ь$. Итак, плоскость а проходит через прямые a и $Ь$. Единственность такой плоскости следует из того, что любая плоскость, проходящая через прямые a и $Ь$, проходит через точку N. Следовательно, она совпадает с плоскостью а, поскольку через точку N и прямую a проходит только одна плоскость. Теорема доказана.

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Тест по теме «Аксиомы стереометрии и следствия из аксиом»

1 вариант.

Практическая работа
Тема: «Параллельность прямой и плоскости»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тестов и задач с использованием теорем
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Теория.

- **Параллельные прямые в пространстве.** Введем понятие параллельных прямых в пространстве.

Определение. *Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.*

Параллельность прямых *a* и *b* обозначается так: *a\\Ь.*

Теорема. ***Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.***

Доказательство. Рассмотрим прямую *a* и точку *М,* не лежащую на этой прямой . Через прямую *a* и точку *М* проходит плоскость, и притом только одна . Обозначим эту плоскость буквой α. Прямая, проходящая через точку *М* параллельно прямой а, должна лежать в одной плоскости с точкой *М* и прямой *a,* т. е. должна лежать в плоскости α. Но в плоскости α, как известно из курса планиметрии, через точку *М* проходит прямая, параллельная прямой *a,* и притом только одна. На рисунке эта прямая обозначена буквой *Ь.* Итак, *b*—единственная прямая, проходящая через точку *М* параллельно прямой *a.* Теорема доказана.

Определение:Два отрезка называются *параллельными*, если они лежат на параллельных прямых

- **Параллельность трех прямых.** Докажем лемму о пересечении плоскости параллельными прямыми, необходимую для дальнейшего изложения.

Лемма. ***Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.***

Теорема. ***Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.***

Доказательство. Пусть *a\\c* и *b||c.* Докажем, что *a\\Ь.* Для этого
нужно доказать, что прямые *a* и *b*
1) лежат в одной плоскости и 2) не пересекаются.

1. Отметим какую-нибудь точку *К* на прямой *b* и обозначим буквой α плоскость, проходящую через прямую *a* и точку *К* . Докажем, что прямая *b* лежит в этой плоскости. Действительно, если допустить, что прямая *b* пересекает плоскость α, то по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми прямая *с* также пересекает плоскость α. Но так как *c\\a,* то и прямая *a* пересекает плоскость α, что невозможно, ибо прямая *a* лежит в плоскости α.

2. Прямые *a* и *b* не пересекаются, так как в противном случае через точку их пересечения проходили бы две прямые (а и *Ь),* параллельные прямой *с,* что невозможно. Теорема доказана.

3. **Параллельность прямой и плоскости.**

Определение. *Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.*

Теорема. ***Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.***

Доказательство. Рассмотрим плоскость α и две параллельные прямые а и *Ь,* расположенные так, что прямая ***b*** лежит в плоскости а, а прямая *а* не лежит в этой плоскости . Докажем, что *a*|| α. Допустим, что это не так. Тогда прямая *а* пересекает плоскость α, а значит, по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми прямая *Ь* также пересекает плоскость *а.* Но это невозможно, так как прямая *Ь* лежит в плоскости α. Итак, прямая *а* не пересекает плоскость α, поэтому она параллельна этой плоскости. Теорема доказана.

Докажем еще два утверждения, которые часто используются при решении задач.

1^0. *Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.*

2°. *Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.*

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Тест по теме «Параллельность прямых. Параллельность прямой и плоскости»

Практическая работа

Тема: «Взаимное расположение прямых в пространстве»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения тестов и задач с использованием теорем
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

Теория.

Скрещивающиеся прямые. Если две прямые пересекаются или параллельны, то они лежат в одной плоскости. Однако в пространстве две прямые могут быть расположены так, что они не лежат в одной плоскости, т. е. не существует такой плоскости, которая проходит через обе эти прямые. Ясно, что такие прямые не пересекаются и не параллельны.

Определение. *Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.*

Признак скрещивающихся прямых.

Теорема. ***Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.***

Доказательство. Рассмотрим прямую ***AB,*** лежащую в плоскости *a,* и прямую *CD,* пересекающую эту плоскость в точке *C,* не лежащей на прямой *AB*.

Докажем, что *AB* и *CD* — скрещивающиеся прямые, т. е. они не лежат в одной плоскости. Действительно, если допустить, что прямые ***AB*** и *CD* лежат в некоторой плоскости β, то плоскость β будет проходить через прямую *AB* и точку *C* и поэтому совпадет с плоскостью α. Но это невозможно, так как прямая *CD* не лежит в плоскости α. Теорема доказана.

Возможны три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве:

а) *прямые пересекаются,* т. е. имеют только одну общую точку ;

б) *прямые параллельны,* т. е. лежат в одной плоскости и не пересекаются ;

в) *прямые скрещиваются,* т. е. не лежат в одной плоскости .

Теорема. ***Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.***

Доказательство. Рассмотрим скрещивающиеся прямые *AB* и *CD* .

Докажем, что через прямую *AB* проходит плоскость, параллельная прямой *CD,* и притом только одна.

Проведем через точку А прямую *AE,* параллельную прямой *CD,* и обозначим буквой *a* плоскость, проходящую через прямые *AB* и *AE.* Так как прямая *CD* не лежит в плоскости *a* и параллельна прямой *AE,* лежащей в этой плоскости, то прямая *CD* параллельна плоскости *a.*

Ясно, что *а* — единственная плоскость, проходящая через прямую *AB* и параллельная прямой *CD.* В самом деле, любая другая плоскость, проходящая через прямую *AB,* пересекается с прямой *AE,* а значит, пересекается и с параллельной ей прямой *CD.* Теорема доказана.

Наглядной иллюстрацией этой теоремы служат две дороги, одна из которых проходит по эстакаде, а другая — под эстакадой (см. рис. 19). Нижняя дорога лежит в плоскости земли, параллельной дороге на эстакаде. Ясно, что и через дорогу на эстакаде проходит плоскость, параллельная плоскости земли, а значит, параллельная нижней дороге.

Теорема. ***Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.***

Угол между прямыми.

Любые две пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости и образуют четыре неразвернутых угла. Если известен один из этих углов, то можно найти и другие три угла . Пусть α — тот из углов, который не превосходит любой из трех остальных углов. Тогда говорят, что *угол между пересекающимися прямыми равен* α.

Введем теперь понятие угла между скрещивающимися прямыми. Пусть *AB* и *CD* — две скрещивающиеся прямые . Возьмем произвольную точку M_1 пространства и проведем через нее прямые $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$, соответственно параллельные прямым *AB* и *CD.*

Если угол между прямыми $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$ равен φ, то будем говорить, что *угол между скрещивающимися прямыми AB и CD равен* φ.

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Тест по теме «Взаимное расположение прямых в пространстве»

Практическая работа
Тема: «Параллельность плоскостей»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тестов и задач с использованием теорем
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Теория.
Параллельные плоскости.
Мы знаем, что если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой (аксиома A_3). Отсюда следует, что две плоскости либо пересекаются по прямой , либо не пересекаются, т. е. не имеют ни одной общей точки .
Определение. *Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.*
Представление о параллельных плоскостях дают пол и потолок комнаты, две противоположные стены, поверхность стола и плоскость пола.
Параллельность плоскостей α и β обозначается так: α||β. Рассмотрим признак параллельности двух плоскостей.
Теорема. ***Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.***

Доказательство. Рассмотрим две плоскости α и β. В плоскости α лежат пересекающиеся в точке *М* прямые *а* и *Ь,* а в плоскости β — прямые a_1 и b_1, причем $a||a_1$ и $b \backslash\backslash b_1$. Докажем, что α||β. Прежде всего отметим, что по признаку параллельности прямой и плоскости *a*||β и b||β.
Допустим, что плоскости α и β не параллельны. Тогда они пересекаются по некоторой прямой *с.* Мы получили, что плоскость α проходит через прямую *а,* параллельную плоскости β, и пересекает плоскость β по прямой *с.* Отсюда следует (по свойству 1°), что прямые а и с параллельны.
Но плоскость α проходит также через прямую *Ь,* параллельную плоскости β. Поэтому *b*||*c.* Таким образом, через точку М проходят две прямые *а* и *Ь,* параллельные прямой *с.* Но это невозможно, так как по теореме о параллельных прямых через точку *М* проходит только одна прямая, параллельная прямой *с.* Значит, наше допущение неверно и α||β. Теорема доказана.
Свойства параллельных плоскостей.
1°. *Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.*
2°. *Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.*
Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Тест по теме «Параллельность плоскостей»

Практическая работа
Тема: «Перестановки»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач на перестановки и вычисления по формуле факториалов
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Перестановками из n элементов называются такие соединения из всех n элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения элементов.
Число перестановок из ***n*** элементов обозначается символом P_n и вычисляется по формуле:
$\mathbf{P_n = n\,!}$
$\mathbf{n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n-1)n}$
например: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 6 \cdot 20 = 120$
$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$
Задача 1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 6 человек?
$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 36 \cdot 20 = 720$
Ответ: 720 способов
Задача 2. Сколько различных правильных (с точки зрения русского языка) фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении: «Я пошел гулять».
$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$
«Я пошел гулять»
«Я гулять пошел»
«Гулять я пошел»
«Гулять пошел я»
«Пошел я гулять»
«Пошел гулять я»
Ответ : 6 фраз
Задача 3. Сколькими способами можно расставить на полке 8 книг, среди них 2 книги одного автора, которые при любых перестановках должны стоять рядом?
Условно будем считать две книги одного автора единой книгой. Тогда количество способов расстановки условных книг на полке будет равно числу перестановок из семи элементов: $P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 120 \cdot 42 = 5040$
Но в каждой такой перестановке книги одного автора можно поменять местами, поэтому общее число способов расстановки книг на полке будет в 2 раза больше, т.е.
$5040 \cdot 2 = 10080$

Ответ: 10080 способов

Задача 4. Сколько различных трехзначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 2, 3, 4(показать наглядно).

$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

234, 243, 324, 342, 432, 423

Задача 5. Вычислить:

$\frac{13!}{11!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot11\cdot12\cdot13}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot11} = 12 \cdot 13 = 156$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить задачи.	
Сколькими способами можно составить список из 10 человек?	Сколькими способами можно составить список из 9 человек?
Сколькими способами можно распределить 12 классных комнат под 12 учебных кабинетов?	Сколькими способами можно распределить 11 классных комнат под 11 учебных кабинетов
Сколько различных правильных (с точки зрения русского языка) фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении: «Во дворе гуляет кошка»	Сколько различных правильных (с точки зрения русского языка) фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении: «Ко мне пришел друг»
Сколькими способами можно расставить на полке 7 книг, среди них 3 книги одного автора, которые при любых перестановках должны стоять рядом?	Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг, среди них 3 книги одного автора, которые при любых перестановках должны стоять рядом?
Сколько различных трехзначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 4, 5, 6(показать наглядно).	Сколько различных трехзначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 7, 8, 0(показать наглядно).
Вычислить: $\frac{15!}{12!}$; $\frac{5\cdot6!+6\cdot5!}{6\cdot6!}$	Вычислить: $\frac{17!}{14!}$; $\frac{6\cdot7!+7\cdot6!}{7\cdot7!}$

Практическая работа
Тема: «Размещения»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач на размещения и вычисления по формуле размещений
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Размещениями из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком их расположения.
Число размещений ***из n элементов по m*** обозначается символом A_n^m и вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

n! = 1 $\cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n-1)n$

например: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 6 \cdot 20 = 120$

Задача 1. Каждая из пяти подруг собирается вечером пойти либо в кино, либо в театр. Сколькими различными способами эти 5 подруг смогли бы провести вечер?

$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 5 = 20$

Ответ: 20 способов

Задача 2. Вычислить: A_{15}^3; A_{10}^5; $A_5^2 + A_6^2 + A_7^2$; $\frac{A_7^3 + A_7^4}{A_7^2}$; $A_8^2 \cdot A_9^2 \cdot A_{10}^2$

$A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15!}{12!} = 13 \cdot 14 \cdot 15 = 2730$

$A_{10}^5 = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 30240$

$A_5^2 + A_6^2 + A_7^2 = 20 + 30 + 42 = 92$

$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20$

$A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 = 30$

$A_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = 6 \cdot 7 = 42$

$\frac{A_7^3 + A_7^4}{A_7^2} = \frac{840+210}{42} = \frac{1050}{42} = 25$

$A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$

$A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$

$A_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = 6 \cdot 7 = 42$

$A_8^2 \cdot A_9^2 \cdot A_{10}^2 = 56 \cdot 72 \cdot 90 = 362880$

$A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = 7 \cdot 8 = 56$

$A_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{9!}{7!} = 8 \cdot 9 = 72$

$A_{10}^2 = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = 9 \cdot 10 = 90$

Ответ: $A_{15}^3 = 2730$; $A_{10}^5 = 30240$; $A_5^2 + A_6^2 + A_7^2 = 92$;

$\frac{A_7^3 + A_7^4}{A_7^2} = 25$; $A_8^2 \cdot A_9^2 \cdot A_{10}^2 = 362880$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить задачи:	
Найти число размещений из 10 элементов по 4	Найти число размещений из 12 элементов по 7.
Сколькими способами из 8 кандидатов можно выбрать 3 человека на 3 должности?	Сколькими способами из 10 кандидатов можно выбрать 5 человек на 5 должностей?
Найти число размещений из 12 элементов по 6.	Найти число размещений из 17 элементов по 10.
Сколькими способами можно выбрать 5 человек из 15 на соревнования?	Сколькими способами можно выбрать 8 человек из 15 на соревнования?
Вычислить:	Вычислить:
A_{25}^{18} ; A_{12}^6 ; $A_8^2 + A_9^2 + A_{10}^2$; $\frac{A_8^3 + A_8^4}{A_8^2}$; $A_8^3 \cdot A_9^3 \cdot A_{10}^3$	A_{20}^{13} ; A_{15}^9 ; $A_5^3 + A_6^3 + A_7^3$; $\frac{A_9^3 + A_9^4}{A_9^2}$; $A_7^2 \cdot A_9^2 \cdot A_{11}^2$

Практическая работа
Тема: «Сочетания»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач на сочетания и вычисления по формуле сочетаний
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

Сочетаниями из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

Число сочетаний ***из n элементов по m*** обозначается C_n^m. Вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

n! = $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n-1)n$

например: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 6 \cdot 20 = 120$

Задача 1. Сколькими способами из 8 кандидатов можно выбрать 3 человека на участие е соревнованиях?

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} = \frac{6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3} = 7 \cdot 8 = 56$$

Задача 2. Вычислить:

C_{15}^8; $C_9^5 + C_7^6$

$$C_{15}^8 = \frac{15!}{8!(15-8)!} = \frac{15!}{8!7!} = \frac{9\cdot10\cdot11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot15}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} = \frac{3\cdot11\cdot13\cdot15}{2} = \frac{6435}{2} = 3217{,}5$$

$C_9^5 + C_7^6 = 126+7 = 133$

$$C_9^5 = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9!}{5!4!} = \frac{6\cdot7\cdot8\cdot9}{1\cdot2\cdot3\cdot4} = 7 \cdot 2 \cdot 9 = 126$$

$$C_7^6 = \frac{7!}{6!(7-6)!} = \frac{7!}{6!1!} = 7$$

Задача 3. Докажите: $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + \ldots + C_4^4 = 2^4$

C_4^0 и C_4^4 = 1(по свойству сочетаний)

$$C_4^1 = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{4!}{1!3!} = 4$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{3\cdot4}{1\cdot2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = 4$$

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + \ldots + C_4^4 = 1+4+6+4+1 = 16$

16=16

Ответ: равенство верное

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить задачи:	
Сколькими способами можно выбрать в группе из 25 учащихся 3 человека на городскую математическую олимпиаду?	Сколькими способами можно выбрать в группе из 20 учащихся 3 человека на городскую математическую олимпиаду?
Из 8 сотрудников в июле могут пойти в отпуск 3 человека. Сколькими способами это можно сделать?	Из 10 сотрудников в июле могут пойти в отпуск 4 человека. Сколькими способами это можно сделать?
Вычислите: C^5_{13} ; C^{23}_{27} ; C^{57}_{58} ; $C^4_9+C^5_7$	Вычислите: C^5_{16} ; C^{20}_{24} ; C^{56}_{57} ; $C^3_8+C^4_6$
Докажите $C^0_7+C^1_7+C^2_7+\ldots+C^7_7=2^7$	Докажите $C^0_6+C^1_6+C^2_6+\ldots+C^6_6=2^6$
Проверьте равенство $C^9_{14}+C^{10}_{14}=C^{10}_{15}$	Проверьте равенство $C^4_{15}-C^3_{15}=\frac{C^4_{16}}{2}$

Практическая работа
Тема: «Бином Ньютона»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач на вычисления по формуле бинома Ньютона
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Формула бинома Ньютона:
$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \ldots\ldots + C_n^m a^{n-m} b^m + \ldots. + C_n^n b^n.$
Формула Ньютона обладает следующими свойствами:
1. В разложении двучлена **$(a+b)^n$** по формуле Ньютона содержится **n+1** член.
2. Сумма показателей a и b в каждом члене равна n.
3. Биноминальные коэффициенты, равноудаленные от начала и конца разложения, равны между собой.
4. Биноминальные коэффициенты совпадают с числами соответствующей строки треугольника Паскаля.
5. Сумма биноминальных коэффициентов разложения **$(a+b)^n$** равна **2^n**.
$2^n = C^0_n+C^1_n+C^2_n+\ldots.+C^n_n$
6. Слагаемые в разложении **$(a+b)^n$** можно получить по общей формуле
$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$ **(k = 0,1,2,…..n),**
Где T_{k+1} - (k+1)-е слагаемое

Пример. Найти разложение $(a+x)^8$
Используем формулу Ньютона, получаем:
$(a+x)^8 = C_8^0 a^8 + C_8^1 a^7 b + C_8^2 a^6 b^2 + C_8^3 a^5 b^3 + C_8^4 a^4 b^4 + C_8^5 a^3 b^5 + C_8^6 a^2 b^6 + C_8^7 a b^7 + C_8^8 b^8.$
Посчитаем коэффициенты:
$C_8^0 = C_8^8 = 1$(по свойству)
$C_8^1 = C_8^7 = \frac{8!}{7!(8-7)!} = \frac{8!}{7!1!} = 8$
$C_8^2 = C_8^6 = \frac{8!}{6!(8-6)!} = \frac{8!}{6!2!} = \frac{7\cdot8}{1\cdot2} = 28$
$C_8^3 = C_8^5 = \frac{8!}{5!(8-5)!} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3} = 7\cdot8 = 56$
$C_8^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot4} = 5\cdot7\cdot2 = 70$
Подставляем в разложение:
$(a+x)^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8.$
Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Найти разложение:	
А) $(а+в)^{10}$	А) $(а+в)^{11}$
В) $(2n + 0{,}1m)^{10}$	В) $(0, 2n + 3m)^{11}$

Практическая работа
Тема: « Расстояние между двумя точками»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач используя формулы.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:
Расстояние между двумя точками A(x_1; y_1; z_1) и B (x_2; y_2; z_2) вычисляется по формуле

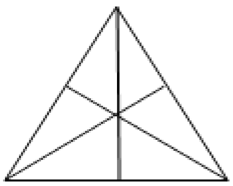
$$\boxed{AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

Задача 1. Даны точки A(4;3;2), B(2;4;-5), C(-2;3;-1). Найдите медианы треугольника, площадь треугольника, его периметр и определите вид треугольника.

В

Дано :
A(4;3;2),
B(2;4;-5)
C(-2;3;-1).

Найти:
S_{ABC} -?
P_{ABC} -?
AM, CN, BK -?



A C

Решение:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC*BK$

$P_{ABC} = AB+BC+AC$

1. Найдем координаты точки M- берем координаты точек B и C, так как точка M лежит на середине отрезка BC

B M C

Для этого воспользуемся формулой координаты середины отрезка: $x = \frac{x_1+x_2}{2}$; $y = \frac{y_1+y_2}{2}$; $z = \frac{z_1+z_2}{2}$

$M(x = \frac{2+(-2)}{2} = 0;\ y = \frac{4+3}{2} = 3{,}5;\ z = \frac{-5+(-1)}{2} = -3)$

Точка M(0; 3,5; -3)

Найдем длину медианы АМ.

$|AM| = \sqrt{(0-4)^2 + (3{,}5-3)^2 + (-3-2)^2} =$

$\sqrt{4^2 + 0{,}5^2 + 5^2} = \sqrt{16 + 0{,}25 + 25} = \sqrt{41{,}25} \approx 6{,}4$

2. Найдем координаты точки К- берем координаты точек А и С, так как точка М лежит на середине отрезка АС

А К С

Для этого воспользуемся формулой координаты середины отрезка: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$; $z = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$К(x = \frac{4 + (-2)}{2} = 1;\ y = \frac{3+3}{2} = 3;\ z = \frac{2 + (-1)}{2} = 0{,}5)$

Точка К(1; 3; 0,5)

Найдем длину медианы ВК.

$|BK| = \sqrt{(1-2)^2 + (3-4)^2 + (0{,}5-(-5))^2} =$

$\sqrt{1^2 + 1^2 + 5{,}5^2} = \sqrt{1 + 1 + 30{,}25} = \sqrt{32{,}25} \approx 5{,}6$

3. Найдем координаты точки N- берем координаты точек А и В, так как точка N лежит на середине отрезка АВ

A N B

Для этого воспользуемся формулой координаты середины отрезка: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$; $z = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$N\ (x = \frac{4+2}{2} = 3;\ y = \frac{3+4}{2} = 3{,}5;\ z = \frac{2 + (-5)}{2} = -1{,}5)$

Точка N (3; 3,5; -1,5)

Найдем длину медианы CN.

$|CN| = \sqrt{(3-(-2))^2 + (3{,}5-3)^2 + (-1{,}5-(-1))^2} =$

$\sqrt{5^2 + 0{,}5^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{25 + 0{,}25 + 0{,}25} = \sqrt{25{,}5} \approx 5{,}04$

Получаем медианы $|AM| = 6{,}4$

$|BK| = 6{,}6$

$|CN| = 5{,}04$

4. Находим длины сторон

$|AB| = \sqrt{(2-4)^2 + (4-3)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{2^2 + 1^2 + 7^2}$

$= \sqrt{1 + 4 + 49} = \sqrt{54} \approx 7{,}3$

$|AC| = \sqrt{(-2-4)^2 + (3-3)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} \approx 6{,}7$

$|BC| = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-4)^2 + (-1-(-5))^2} = \sqrt{4^2 + 1^2 + 4^2}$

$= \sqrt{16+1+16} = \sqrt{33} \approx 5,7$

Треугольник ABC - произвольный

5. P_{ABC} = AB+BC+AC = 7,3 +6,7 + 5,7 = 19,7

6. По формуле Герона: $p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{19,7}{2} = 9,8$

$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{9,8(9,8-7,3)(9,8-6,7)(9,8-5,7)}$

$= \sqrt{9,8 * 2,5 * 3,1 * 4,1} = \sqrt{311,395} \approx 17,6$

Ответ : S_{ABC} = 17,6

P_{ABC} = 19,7

$|AM|$ = 6,4

$|BK|$ = 6,6

$|CN|$ = 5,04

Треугольник ABC - произвольный

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

1 вариант	**2 вариант**
1. Решить задачу:	
Даны точки A(-4;7;3), B(2;-3;5), C(-10;3;1). Найдите периметр треугольника, площадь треугольника, его медианы и определите вид треугольника.	Даны точки A(-1;-5;5), B(-1;-3;5), C(0;-3;4). Найдите периметр треугольника, площадь треугольника, его медианы и определите вид треугольника.

Практическая работа
Тема: «Координаты вектора»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач используя формулы.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Координаты вектора.
Зададим в пространстве прямоугольную систему координат *Oxyz*. На каждой из положительных полуосей отложим от начала координат *единичный* вектор, т. е. вектор, длина которого равна единице. Обозначим через $\vec{i}$ единичный вектор оси абсцисс, через $\vec{j}$ — единичный вектор оси ординат и через $\vec{k}$ — единичный вектор оси аппликат. Векторы $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$ назовем *координатными векторами*. Очевидно, эти векторы не компланарны. Поэтому *любой вектор* $\vec{a}$ *можно разложить по координатным векторам, т. е. представить в виде* $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ *причем коэффициенты разложения* x, *y, z определяются единственным образом.*
Коэффициенты x, *y* и *z* в разложении вектора $\vec{a}$ по координатным векторам называются *координатами вектора* $\vec{a}$ *в данной системе координат.* Координаты вектора $\vec{a}$ будем записывать в фигурных скобках после обозначения вектора: $\vec{a}\ \{x; y; z\}$
Рассмотрим правила, позволяющие по координатам данных векторов найти координаты их суммы, разности и произведения вектора на данное число.
1° *Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.*
Другими словами, если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2; y_2; z_2\}$— данные векторы, то вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 + x_2;\ y_1 + y_2;\ z_1 + z_2\}$
2°. *Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.*
Другими словами, если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2; y_2; z_2\}$— данные векторы, то вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$
3°. *Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.*
Другими словами, если $\vec{a}\ \{x; y; z\}$— данный вектор, **к** — данное число, то вектор $\vec{a}$**к** имеет координаты $\{кx; кy; кz\}$
Задача 1. Даны векторы $\vec{a}\ \{3; -4; 7\}$, $\vec{в}\ \{0; 1; -4\}$, $\vec{c}\{2; 0; 1\}$. Запишите разложение этих векторов по координатным векторам $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$.

Решение: $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$; $\vec{в} = \vec{j} - 4\vec{k}$; $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{k}$

Ответ: $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$

$\vec{в} = \vec{j} - 4\vec{k}$

$\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{k}$

Задача 2. Даны векторы $\vec{a}\{3;-4;7\}$, $\vec{в}\{0;1;-4\}$, $\vec{c}\{2;0;1\}$. Найдите координаты и длину векторов: $\vec{a}+\vec{в}$, $|\vec{a}+\vec{в}|$, $|\vec{a}|+|\vec{в}|$, $\vec{a}-\vec{c}$, $|\vec{a}-\vec{c}|$, $|\vec{a}|-|\vec{c}|$, $2\vec{a}+3\vec{в}-\vec{c}$, $|2\vec{a}+3\vec{в}-\vec{c}|$, $|2\vec{a}|+|3\vec{в}|-|\vec{c}|$.

Решение:

$\vec{a}+\vec{в}\{3+0;\ -4+1; 7-4\}$

$\vec{a}+\vec{в}\{3;\ -3; 3\}$

$|\vec{a}+\vec{в}| = \sqrt{3^2+3^2+3^2} = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$|\vec{a}| = \sqrt{3^2+4^2+7^2} = \sqrt{9+16+49} = \sqrt{74}$

$|\vec{в}| = \sqrt{0^2+1^2+4^2} = \sqrt{0+1+16} = \sqrt{17}$

$|\vec{a}|+|\vec{в}| = \sqrt{74}+\sqrt{17}$

$\vec{a}-\vec{c}\{3-2;\ -4-0; 7-1\}$

$\vec{a}-\vec{c}\{1;\ -4; 6\}$

$|\vec{a}-\vec{c}| = \sqrt{1^2+4^2+6^2} = \sqrt{1+16+36} = \sqrt{53}$

$|\vec{a}| = \sqrt{3^2+4^2+7^2} = \sqrt{9+16+49} = \sqrt{74}$

$|\vec{c}| = \sqrt{2^2+0^2+1^2} = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$

$|\vec{a}|-|\vec{c}| = \sqrt{74}-\sqrt{5}$

$2\vec{a}\{2*3; 2*(-4); 2*7\}$

$2\vec{a}\{6; -8; 14\}$

$3\vec{в}\{3*0; 3*1; 3*(-4)\}$

$3\vec{в}\{0; 3; -12\}$

$2\vec{a}+3\vec{в}-\vec{c}\{6+0-2; -8+3-0; 14+(-12)-1\}$

$2\vec{a}+3\vec{в}-\vec{c}\{4; -5; 1\}$

$|2\vec{a}+3\vec{в}-\vec{c}| = \sqrt{4^2+5^2+1^2} = \sqrt{16+25+1} = \sqrt{42}$

$|2\vec{a}| = \sqrt{6^2+8^2+14^2} = \sqrt{36+64+196} = \sqrt{296}$

$|3\vec{в}| = \sqrt{0^2+3^2+12^2} = \sqrt{0+9+144} = \sqrt{153}$

$|\vec{c}| = \sqrt{2^2+0^2+1^2} = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$

$|2\vec{a}|+|3\vec{в}|-|\vec{c}| = \sqrt{296}+\sqrt{153}-\sqrt{5}$

Ответ: $\vec{а}+\vec{в}\,\{3;\ -3;3\}$, $|\vec{а}+\vec{в}| = 3\sqrt{3}$, $|\vec{а}|+|\vec{в}|=\sqrt{74}+\sqrt{17}$, $\vec{а}-\vec{c}\{1;\ -4;6\}$, $|\vec{а}-\vec{c}|=\sqrt{53}$, $|\vec{а}|-|\vec{c}|=\sqrt{74}-\sqrt{5}$, $2\vec{а}+3\vec{в}-\vec{c}\,\{4;-5;1\}$, $|2\vec{а}+3\vec{в}-\vec{c}| = \sqrt{4^2+5^2+1^2}=\sqrt{42}$, $|2\vec{а}|+|3\vec{в}|-|\vec{c}| = \sqrt{296}+\sqrt{153}-\sqrt{5}$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

1 вариант	**2 вариант**
Записать разложение векторов по координатным векторам $\vec{i};\vec{j};\vec{k}$, если:	
$\vec{а}\ \{6;-2;3\}$, $\vec{в}\ \{-3;4;0\}$, $\vec{c}\{0;-2;0\}$, $\vec{е}\ \{1;0;0\}$	$\vec{а}\ \{8;-3;2\}$, $\vec{в}\ \{3;-5;1\}$, $\vec{c}\{0;-4;2\}$, $\vec{е}\ \{6;0;0\}$
Найти длину и координаты векторов : $\vec{а}+\vec{в}$, $|\vec{а}+\vec{в}|$, $|\vec{а}|+|\vec{в}|$, $\vec{а}-\vec{c}$, $|\vec{а}-\vec{c}|$, $|\vec{а}|-|\vec{c}|$, $2\vec{а}+3\vec{в}-\vec{c}$, $|2\vec{а}+3\vec{в}-\vec{c}|$, $|2\vec{а}|+|3\vec{в}|-|\vec{c}|$, если:	
$\vec{а}\ \{-1;2;0\}$, $\vec{в}\ \{0;-5;-2\}$, $\vec{c}\{2;1;-3\}$	$\vec{а}\ \{1;-2;1\}$, $\vec{в}\ \{0;3;-2\}$, $\vec{c}\{2;1;0\}$

Практическая работа
Тема: «Скалярное произведение векторов»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач используя формулы.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Скалярное произведение векторов. ***<u>Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.</u>*** Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\vec{a}\,\vec{b}$. Таким образом,

$\vec{a}\,\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}\,\vec{b})$.

Как и в планиметрии, справедливы утверждения:
скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны;
скалярный квадрат вектора (т. е. скалярное произведение вектора на себя) равен квадрату его длины.
Скалярное произведение двух векторов можно вычислить, зная координаты этих векторов: ***скалярное произведение векторов*** $\vec{a}\,\{x_1; y_1; z_1\}$ **и** $\vec{b}\,\{x_2; y_2; z_2\}$ ***выражается формулой***

$\vec{a}\,\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

Косинус угла α между ненулевыми векторами $\vec{a}\,\{x_1; y_1; z_1\}$ **и** $\vec{b}\,\{x_2; y_2; z_2\}$ вычисляется по формуле

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Основные свойства скалярного произведения векторов.
Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и любого числа k справедливы равенства:
1⁰. $\vec{a}^2 \gg 0$, причем $\vec{a}^2 > 0$ при $\vec{a} \neq 0$.
2⁰. $\vec{a}\,\vec{b} = \vec{b}\,\vec{a}$ (переместительный закон).
3⁰. $(\vec{a} + \vec{b})\,\vec{c} = \vec{a}\,\vec{c} + \vec{b}\,\vec{c}$ (распределительный закон).
4⁰. $k(\vec{a}\,\vec{b}) = (k\vec{a})\,\vec{b}$ (сочетательный закон).

Задача 1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Вычислите : $\vec{a}\,\vec{b}$; $\vec{a}\,\vec{i}$; $\vec{b}\,\vec{j}$; $(\vec{a} + \vec{b})\,\vec{k}$; $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{k} + \vec{i} - 2\vec{j})$. Вычислите угол между векторами и выясните какой он (острый, тупой, прямой).
Решение:
$\vec{a}\{2; 1; -3\}$
$\vec{b}\{1; -3; 4\}$

$\vec{i}\{1;0;0\}$
$\vec{j}\{0;1;0\}$
$\vec{k}\{0;0;1\}$
$\vec{a}\,\vec{b}$= 2*1+ 1*(-3) + (-3)*4 = 2-3-12 = 2-15= -13
$\vec{a}\,\vec{i}$= 2*1+ 1*0 + (-3)*0 = 2
$\vec{b}\vec{j}$= 1*0+(-3)*1+4*0 = -3
$\vec{a}\,\vec{к}$=2*0+1*0+(-3)*1=-3
$\vec{b}\vec{к}$= 1*0+(-3)*0+4*1 = 4
$(\vec{a}+\vec{b})\,\vec{к} = \vec{a}\,\vec{к} + \vec{b}\vec{к}$ = -3+4 =1
$(\vec{a} - 2\,\vec{b})\cdot(\vec{k}+\vec{i}-2\vec{j}) = \vec{a}\,\vec{к} + \vec{a}\,\vec{i} - 2\,\vec{a}\,\vec{j} - 2\vec{b}\vec{к} - 2\vec{b}\vec{i} + 4\vec{b}\vec{j}$
$\vec{a}\,\vec{j}$= 2*0+1*1+(-3)*0 = 1
$\vec{b}\vec{i}$= 1*1+(-3)*0+4*0 = 1
$(\vec{a} - 2\,\vec{b})\cdot(\vec{k}+\vec{i}-2\vec{j}) = \vec{a}\,\vec{к} + \vec{a}\,\vec{i} - 2\,\vec{a}\,\vec{j} - 2\vec{b}\vec{к} - 2\vec{b}\vec{i} + 4\vec{b}\vec{j}$ = -3+2-2*1-2*4-2*1+4*(-3) = -3+2-2-8-2-12 = -25

$\vec{a}\,\vec{b}$= 2*1+ 1*(-3) + (-3)*4 = 2-3-12 = 2-15= -13(тупой угол)

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{2*1+1*(-3)+(-3)*4}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}\cdot\sqrt{1^2+3^2+4^2}} = \frac{-13}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{26}} = \frac{-13}{\sqrt{364}}$$

Ответ: $\vec{a}\,\vec{b}$ = -13; $\vec{a}\,\vec{i}$ =2; $\vec{b}\vec{j}$ = -3; $(\vec{a}+\vec{b})\,\vec{к}$ =1; $(\vec{a} - 2\,\vec{b})\cdot(\vec{k}+\vec{i}-2\vec{j})$=-25; угол тупой; $\cos\alpha = \frac{-13}{\sqrt{364}}$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

1 вариант	**2 вариант**
1. Вычислите скалярное произведение векторов: $\vec{a}\,\vec{b}$; $\vec{a}\,\vec{i}$; $\vec{b}\vec{j}$; $(\vec{a}+\vec{b})\,\vec{к}$; $(\vec{a} - 2\,\vec{b})\cdot(\vec{k}+\vec{i}-2\vec{j})$, если:	
$\vec{a} = 5\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{в} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$	$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{в} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$
2. Выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) между векторами: а) $\vec{a}$ и $\vec{в}$; б) $\vec{в} * \vec{c}$; с) $\vec{a} * \vec{c}$.	
$\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$; $\vec{в} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{c} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$	$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$; $\vec{в} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$
3. Вычислите угол между векторами	

а) $\vec{а}\{2; -2; 0\}$, $\vec{в}\{3; 0; -3\}$; б) $\vec{а}\{0; 5; 0\}$, $\vec{в}\left\{0; -\sqrt{3}; 1\right\}$.	а) $\vec{а}\left\{\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2\right\}$, $\vec{в}\{-3; -3; 0\}$; б) $\vec{а}\{-2,5; 2,5; 0\}$, $\vec{в}\left\{-5; 5; 5\sqrt{2}\right\}$.

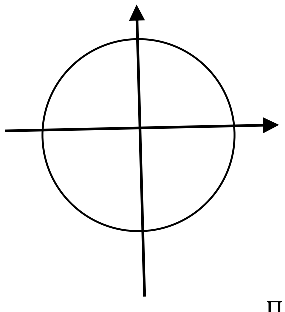
Практическая работа
Тема: «Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки вычисления радианной и градусной меры угла и поворота точки вокруг начала координат
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Радианная и градусная мера угла.
Определение: Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется углом в 1 радиан.
Формула для перевода угла из радиан в градусы:

$$\alpha \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi} * \alpha\right)^{o}$$

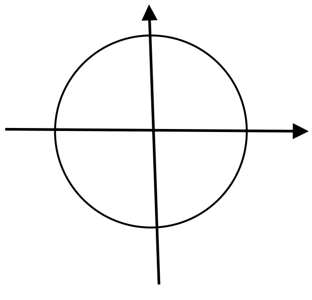
Пример1: Найти градусную меру угла $\frac{3\pi}{4}$ рад
$\frac{3\pi}{4}$ рад = $\left(\frac{180}{\pi} * \frac{3\pi}{4} \text{ рад}\right)^{o} = 135^{o}$
Формула для перевода градусов в радианы:

$$\alpha^{o} = \frac{\pi}{180} * \alpha \text{ рад}$$

Пример 2: Найти радианную меру угла , равного 15^{o}
$15^{o} = \frac{\pi}{180} * 15$ рад $= \frac{\pi}{12}$ рад
Поворот точки вокруг начала координат.
Каждому действительному числу α соответствует единственная точка единичной окружности, получаемая поворотом точки P(1;0) на угол α радиан.
Окружность, радиуса 1 см с центром в начале координат, называют единичной окружностью.

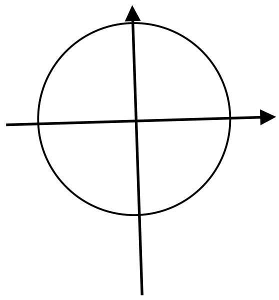


Пример3: при повороте точки P(1;0) на угол $\frac{\pi}{2}$ рад получается точка M(0;1).



Пример 4: Найти координаты точки, полученной поворотом точки P(1;0) на угол $-\frac{5П}{2}$

Так как $-\frac{5П}{2} = -\frac{5*180}{2} = -450^{o} = -(360+90)^{o}$, то получаем точку



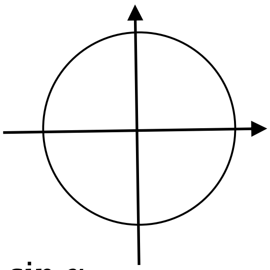
Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

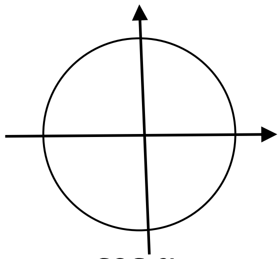
1 вариант	**2 вариант**
Найти градусную меру угла	
$\frac{2П}{7}$; $\frac{3П}{8}$; $\frac{П}{2}$; $\frac{5П}{11}$;2П	$\frac{2П}{9}$; $\frac{3П}{7}$; $\frac{П}{4}$; $\frac{5П}{12}$;П
Найти радианную меру угла, равного	
32^{o}; 128^{o}; 150^{o}; 190^{o};45^{o}	46^{o}; 132^{o}; 170^{o};210^{o};90^{o}
Найти координаты точки, полученной поворотом точки P(1;0) на угол	
$\frac{4П}{3}$;- 225^{o} ; $\frac{П}{3} \pm 2П$	$-\frac{5П}{4}$; 135^{o} ; $-\frac{П}{6} \pm 2П$

Практическая работа
Тема: «Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки вычисления тригонометрических функций
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

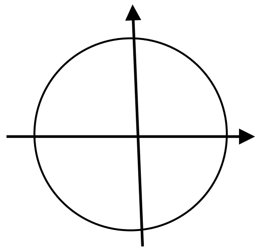
Знаки синуса, косинуса и тангенса.



$\sin\alpha$



$\cos\alpha$



tgα

Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла.

$\mathrm{Sin}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$\mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{\mathrm{ctg}\alpha}$
$\mathrm{Sin}\,\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}$
$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$	$1+\mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$
$\mathrm{tg}\alpha * \mathrm{ctg}\alpha = 1$	$\mathrm{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{sin^2\alpha}$

Пример 1. Вычислить значения каждой из тригонометрической функций, если
$\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Решение : воспользуемся формулой $\mathrm{Sin}\,\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\mathrm{Sin}\,\alpha < 0$, то есть в формуле перед корнем нужно поставить знак «-»:

$\mathrm{Sin}\,\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sqrt{1-(\frac{-3}{5})^2} = -\sqrt{1-\frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{4}{5} : (-\frac{3}{5}) = -\frac{4}{5} * (-\frac{5}{3}) = \frac{4}{3}$

$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha} = 1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$

Ответ: $\mathrm{Sin}\,\alpha = -\frac{4}{5}$; $\mathrm{tg}\alpha = \frac{4}{3}$; $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{3}{4}$.

Пример 2. Вычислить значения каждой из тригонометрической функций, если

tgα = 3 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Решение: воспользуемся формулой $1+tg^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$

Из нее получаем $cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha}$

Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то cos $\alpha <$0, то есть в формуле перед корнем нужно поставить знак «-»:

$\text{Cos}\,\alpha = -\sqrt{\frac{1}{1+tg^2\alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{1+3^2}} = -\sqrt{\frac{1}{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

воспользуемся формулой Sin $\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то Sin $\alpha <$0, то есть в формуле перед корнем нужно поставить знак «-»:

$\text{Sin}\,\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sqrt{1-(\frac{\sqrt{10}}{10})^2} = -\sqrt{1-\frac{10}{100}} = -\sqrt{\frac{90}{100}} = -\frac{3}{\sqrt{10}}$

$ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha} = \frac{1}{3}$

Ответ: Sin $\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$; $cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$; $ctg\alpha = \frac{1}{3}$.

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Вычислить значения каждой из тригонометрической функций, если:	
$\cos\alpha = 0{,}8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.	$\cos\alpha = -\frac{2}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
$\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.	$\sin\alpha = \frac{2}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
$tg\alpha = -2,4$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	$tg\alpha = \frac{4}{3}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
$ctg\alpha = \frac{7}{24}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.	$ctg\alpha = 3$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Практическая работа
Тема: «Тригонометрические тождества. Формулы сложения»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тригонометрических тождеств, умения применять формулы сложения .
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:

Определение: *Равенство, справедливое для всех допустимых значений* ***α,*** *при которых его левая часть и правая часть имеют смысл- называется* ***тождеством***.
Задачи на доказательство таких равенств называют задачами на доказательство тождеств.
При решении таких задач используют следующие способы доказательства тождеств: преобразование левой части к правой; преобразование правой части к левой; установление того, что разность между левой и правой частями равна нулю.
Пример 1. Доказать тождество
$1+\mathrm{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{sin\ \alpha^2}$

Решение: $1+\mathrm{ctg}^2\,\alpha = 1+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{sin\ \alpha^2}$
Эти преобразования верны – тождество доказано.
Пример 2. Доказать тождество
$\mathrm{Cos}^2\alpha = (1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)$
Решение: по формуле $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha) = 1+\sin^2\alpha = \cos{}^2\alpha$
Тождество доказано.
Пример 3. Доказать тождество
$\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Решение:
Чтобы доказать это тождество, покажем, что разность между его левой и правой частями равно нулю

$\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} - \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha-(1-\sin\alpha)}{\cos\alpha(1-\sin\alpha)} = \frac{\cos\alpha-\cos\alpha}{\cos\alpha(1-\sin\alpha)} = 0$

Краткие теоретические сведения:
Формулами сложения называют формулы,выражающие $\cos(\alpha\pm\beta)$ и $\sin(\alpha\pm\beta)$ через синусы и косинусы углов α и β.
Теорема. Для любых α и β справедливо равенство

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

Пример 1. Вычислить $\sin 210^0$

$\sin 210^0 = \sin(180^0 + 30^0) = \sin 180^0 \cos 30^0 + \cos 180^0 \sin 30^0 = 0 * \frac{\sqrt{3}}{2} + (-1) * \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Пример 2. Вычислить $\sin\frac{8\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{8\pi}{7}\sin\frac{\pi}{7}$

$\sin\frac{8\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{8\pi}{7}\sin\frac{\pi}{7} = \sin(\frac{8\pi}{7} - \frac{\pi}{7}) = \sin\pi = 0$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	2 вариант
1. Доказать тождество	
А) $\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$ Б) $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{tg\alpha+tg\beta}{tg\alpha-tg\beta}$ В) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = 1 - \cos\alpha$	А) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$ Б) $\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\sin\beta} = \mathrm{ctg}\beta - \mathrm{tg}\alpha$ В) $\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = 1 + \sin\alpha$
2. Упростить	
$\cos\alpha - \mathrm{ctg}\alpha(-\sin\alpha)$	$\mathrm{tg}(-\alpha)\cos\alpha + \sin\alpha$
3. Вычислить	
А) $\sqrt{3}\sin(-\frac{\pi}{3}) - 2\mathrm{ctg}(-\frac{\pi}{4}) + 4\cos(-\frac{3\pi}{2})$ Б) $\sin 73^0 \cos 17^0 + \cos 73^0 \sin 17^0$ В) $\sin\frac{7\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12} - \cos\frac{7\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}$ Г) $\cos\frac{8\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7}\sin\frac{\pi}{7}$	А) $\frac{2-\sin(-\frac{\pi}{6})+\cos(-\frac{\pi}{3})}{2\cos(-\frac{\pi}{3})+\sin(-\frac{\pi}{6})}$ Б)) $\sin 73^0 \cos 13^0 - \cos 73^0 \sin 13^0$ В) $\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}$ Г) $\cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{11\pi}{9} - \sin\frac{7\pi}{9}\sin\frac{11\pi}{7}$

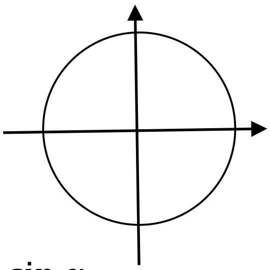
Практическая работа

Тема: «Формулы двойного угла. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов.»

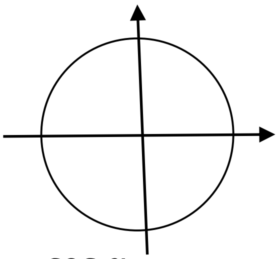
Цель работы:

1. Формировать умения и навыки вычисления тригонометрических функций
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

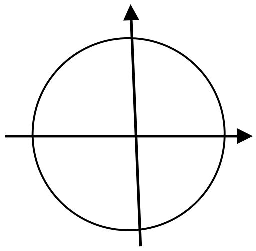
Знаки синуса, косинуса и тангенса.



$\sin\alpha$



$\cos\alpha$



tgα

Формулы двойного угла.

$\mathbf{\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha}$
$\mathbf{\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$
$\mathbf{tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2}}$

Пример 1. Вычислить sin2α, если

$\sin\alpha$= - 0,6 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Решение : воспользуемся формулой $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-sin^2\alpha}$.

Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то cos α <0, то есть в формуле перед корнем нужно поставить знак «-»:

cos α = $-\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ = - $\sqrt{1-(-0,6)^2}$ = - $\sqrt{1-0,36}$ = - $\sqrt{0,64}$ = - 0,8

$\sin 2\alpha$= 2$\sin\alpha\cos\alpha$ = 2(-0,6)(-0,8) = 0,96

Ответ: Sin2 α = 0,96

Пример 2. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha$ = 0,3

Решение: воспользуемся формулой $\cos 2\alpha$ = cos$^2\alpha$ - sin$^2\alpha$ = cos$^2\alpha$ - (1- cos$^2\alpha$) = cos$^2\alpha$ – 1+ cos$^2\alpha$ = 2 cos$^2\alpha$ -1 = 2(0,3)^2 – 1 = 2•0,09 – 1 = 0,18 -1 = - 0,82

Ответ: $\cos 2\alpha$ = - 0,82

Пример 3. Вычислить tg2α , tg α = $\frac{1}{2}$

Решение: воспользуемся формулой tg2α = $\frac{2tg\alpha}{1-tg^2}$ = $\frac{2\bullet\frac{1}{2}}{1-(\frac{1}{2})}$ = $\frac{1}{1-\frac{1}{4}}$ = $\frac{1}{\frac{3}{4}}$ = $\frac{4}{3}$

Ответ: tg2α= $\frac{4}{3}$.

Сумма и разность синусов.
Сумма и разность косинусов.

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$
$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

Пример 1. Вычислить:

$\sin 75 + \sin 15 = \quad 2\sin\frac{75+15}{2}\cos\frac{75-15}{2} = \quad 2\sin\frac{90}{2}\cos\frac{60}{2} = \quad 2\sin 45\cos 30 =$
$2\bullet\frac{\sqrt{2}}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{2}$

Ответ: $\sin 75 + \sin 15 = \frac{6}{2}$

Пример 2. Упростить выражение:

$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 2\sin\frac{(\frac{\pi}{3}+\alpha+\frac{\pi}{3}-\alpha)}{2}\cos\frac{(\frac{\pi}{3}+\alpha-\frac{\pi}{3}+\alpha)}{2} = 2\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cos\frac{2\alpha}{2} = 2$
$\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha = 2\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha = \sqrt{3}\cos\alpha$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Вычислить:	
Вычислить $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.	Вычислить $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$	Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{4}{5}$
Вычислить $\mathrm{tg}2\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}6$	Вычислить $\mathrm{tg}2\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{4}$
Вычислить:	
$\cos 75 - \cos 15$	$\sin 105 + \sin 165$
$\sin 105 + \sin 75$	$\cos 105 - \cos 75$
$\cos\frac{11\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}$	$\sin\frac{7\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}$
Упростить выражение:	
$\cos(\frac{\pi}{4} - \beta) - \cos(\frac{\pi}{4} + \beta)$	$\sin(\frac{\pi}{4} + \beta) + \sin(\frac{\pi}{4} - \beta)$

Практическая работа

Тема: «Уравнение $\cos x = \alpha$»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения тригонометрических уравнений вида $\cos x = \alpha$
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

$\cos x = \alpha$ **x = $\pm$ arccos α +2 π n; n∈z**	**$\cos x = -\alpha$** **x = $\pm$ (π − arccos α) +2 π n; n∈z**

$\cos x = 0$	**x= $\frac{\pi}{2}$ +πn; n∈z**
$\cos x = 1$	**x= 2πn; n∈z**
$\cos x = -1$	**x= π +2πn; n∈z**

У косинуса есть ограничение $\cos x \in (-1; 1)$

Пример 1. Решить уравнение

$\cos x = 1$

Решение смотрим в таблице x= 2πn; n∈z

Ответ: x= 2πn; n∈z

Пример 2. Решить уравнение

$\cos x = \frac{1}{2}$

Решаем по формуле положительного числа x = $\pm$ arccos $\frac{1}{2}$ + 2π n; n∈z

arccos $\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ по таблице, подставляем в запись

x = $\pm\frac{\pi}{3}$ + 2π n; n∈z

Ответ: x = $\pm\frac{\pi}{3}$ + 2π n; n∈z

Пример 3. Решить уравнение

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Решаем по формуле отрицательного числа x = $\pm(\pi -$ arccos $\frac{\sqrt{2}}{2})$ + 2π n; n∈z

arccos $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

x = $\pm$ $(\pi - \frac{\pi}{4})$ + 2π n; n∈z

x = $\pm\frac{3\pi}{4}$ + 2π n; n∈z

Ответ: x = $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi$ n; n$\in$z

Пример 4. Решить уравнение

$\cos x = \frac{1}{5}$

Решаем по формуле положительного числа x = $\pm$ arccos $\frac{1}{5}$ + 2π n; n$\in$z

Так как $\frac{1}{5}$ не табличное выражение , то по формуле сразу же запишем ответ

Ответ: x = $\pm$ arccos $\frac{1}{5}$ + 2π n; n$\in$z

Пример 5. Решить уравнение

$\cos x = -\frac{2}{3}$

Решаем по формуле отрицательного числа x = $\pm(\pi -$ arccos $\frac{2}{3})$ + 2π n; n$\in$z

Так как $-\frac{2}{3}$ не табличное выражение , то по формуле сразу же запишем ответ

Ответ: x = $\pm(\pi -$ arccos $\frac{2}{3})$ + 2π n; n$\in$z

Пример 6. Решить уравнение

$\cos x = 3$

Решения нет, так как косинус принадлежит интервалу (-1;1)

Ответ: решения нет , так как $\cos x \in (-1;1)$

Пример 7. Решить уравнение

$\cos 4x = 1$

Решаем по формуле положительного числа, только вместо x ставим все выражение 4x и так как уравнение равно 1, то ответ берем из готового решения в таблице от уравнения

$\cos x = 1$

4x = 2πn; n$\in$z

Делим теперь обе части на 4

x = $\frac{2\pi n}{4}$; n$\in$z

x= $\frac{\pi n}{2}$; n$\in$z

Ответ: x= $\frac{\pi n}{2}$; n$\in$z

Пример 8. Решить уравнение

$\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}$= - 1

Делим обе части уравнения на число, стоящее слева от косинуса: $\sqrt{2}$

$\cos\frac{x}{2}$= - $\frac{1}{\sqrt{2}}$; значение $\frac{1}{\sqrt{2}}$ равнозначно табличному значению $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Получаем $\cos\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Решаем по формуле отрицательного числа

$\frac{x}{2} = \pm(\pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi n$; $n \in z$

$\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

$\frac{x}{2} = \pm(\pi - \frac{\pi}{4}) + 2\pi n$; $n \in z$

$\frac{x}{2} = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$; $n \in z$

Теперь умножаем обе части уравнения на 2

$x = \pm\frac{3\pi}{2} + 4\pi n$; $n \in z$

Ответ: $x = \pm\frac{3\pi}{2} + 4\pi n$; $n \in z$

Пример 9. Решить уравнение

$\cos(x + \frac{\pi}{3}) = 0$

Вместо x ставим $x + \frac{\pi}{3}$, а ответ записываем по уравнению из таблицы

$\cos x = 0$

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in z$, переносим $\frac{\pi}{3}$ в правую часть с противоположным знаком

$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in z$; приводим к общему знаменателю: 6

$x = -\frac{2\pi}{6} + \frac{3\pi}{6} + \pi n$; $n \in z$

$x = \frac{\pi}{6} + \pi n$; $n \in z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi n$; $n \in z$

Пример 10. Решить уравнение

$(1 + \cos x)(3 - 2\cos x) = 0$

Приравниваем каждую скобку к 0 и решаем

$1 + \cos x = 0$ $3 - 2\cos x = 0$

$\cos x = -1$ $-2\cos x = -3$

$X_1 = \pi + 2\pi n$; $n \in z$ $\cos x = \frac{3}{2}$ решения нет, т.к. $\cos x \in (-1; 1)$

Ответ : $X_1 = \pi + 2\pi n$; $n \in z$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить уравнения	

1) $\cos x = 0$ 2) $\cos x = \frac{1}{5}$ 3) $\cos 3x = 1$ 4) $\cos\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$ 5) $\cos(3x + \frac{\pi}{2}) = 0$ 6) $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3}) + 1 = 0$ 7) $2\cos(\frac{\pi}{3} + 2x) = \sqrt{3}$ 8) $(1-2\cos x)(1+3\cos 2x)=0$	1) $\cos x = 1$ 2) $\cos x = -\frac{3}{7}$ 3) $\cos 5x = -1$ 4) $\cos\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5) $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$ 6) $\cos(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{5}) - 1 = 0$ 7) $2\cos(\frac{\pi}{6} - 2x) = -\sqrt{2}$ 8) $(1+\cos x)(\sqrt{2}+2\cos 2x)=0$

Практическая работа
Тема: «Уравнение »
Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения тригонометрических уравнений вида
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

$\sin x = \alpha$ **x =(-1)^n arcsin α + π n; n∈z**	$\sin x = -\alpha$ **x =(-1)$^{n+1}$ arcsin α + π n; n∈z**

$\sin x = 0$	**x= πn; n∈z**
$\sin x = 1$	**x=** $\frac{\pi}{2} + 2\pi$**n; n∈z**
$\sin x = -1$	**x= -** $\frac{\pi}{2} + 2\pi$**n; n∈z**

У синуса есть ограничение $\sin x \in$**(-1;1)**

Пример 1. Решить уравнение
$\sin x = 0$

Решение смотрим в таблице x= n; n∈z

Ответ: x= n; n∈z

Пример 2. Решить уравнение

Решаем по формуле положительного числа x =(-1)^n arcsin $\frac{\sqrt{2}}{2}$ + π n; n∈z

arcsin $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

x =(-1)^n $\frac{\pi}{4}$ + π n; n∈z

Ответ: x =(-1)^n $\frac{\pi}{4}$ + π n; n∈z

Пример 3. Решить уравнение

Решаем по формуле отрицательного числа x =(-1)$^{n+1}$ arcsin$\frac{1}{2}$ + π n; n∈z

arcsin$\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ по таблице, подставляем в запись

x =(-1)$^{n+1}$ $\frac{\pi}{6}$ + π n; n∈z

Ответ: x =(-1)$^{n+1}$ $\frac{\pi}{6}$ + π n; n∈z

Пример 4. Решить уравнение

Решаем по формуле положительного числа x =$(-1)^n$ arcsin$\frac{2}{3}$ + π n; n$\in$z
Так как не табличное выражение , то по формуле сразу же запишем ответ
Ответ: x =$(-1)^n$ arcsin$\frac{2}{3}$ + π n; n$\in$z

Пример 5. Решить уравнение

Решаем по формуле отрицательного числа x =$(-1)^{n+1}$ arcsin $\frac{3}{5}$ + π n; n$\in$z
Так как -$\frac{3}{5}$ не табличное выражение , то по формуле сразу же запишем ответ
Ответ: x =$(-1)^{n+1}$ arcsin $\frac{3}{5}$ + π n; n$\in$z

Пример 6. Решить уравнение
$\sin x = 2$
Решения нет, так как синус принадлежит интервалу (-1;1)
Ответ: решения нет , так как $\in$(-1;1)

Пример 7. Решить уравнение
$\sin 3x = 1$
Решаем по формуле положительного числа, только вместо x ставим все выражение 3x и так как уравнение равно 1, то ответ берем из готового решения в таблице от уравнения
$\sin x = 1$
3x = $\frac{\pi}{2} + 2\pi$n; n$\in$z
Делим теперь обе части на 3
x = $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$; n$\in$z
Ответ: x = $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$; n$\in$z

Пример 8. Решить уравнение
$\sin\frac{x}{3} = 1$
Делим обе части уравнения на число, стоящее слева от синуса : $\sqrt{2}$
$\sin\frac{x}{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; значение $\frac{1}{\sqrt{2}}$ равнозначно табличному значению $\frac{\sqrt{2}}{2}$
Получаем $\sin\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
Решаем по формуле положительного числа
$\frac{x}{3}$=$(-1)^n$ arcsin$\frac{\sqrt{2}}{2}$ + π n; n$\in$z
arcsin $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

$\frac{x}{3}=(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; n \in z$

Теперь умножаем обе части уравнения на 3

$x = \pm + 3\pi n; n \in z$

Ответ: $x = \pm + 3\pi n; n \in z$

Пример 9. Решить уравнение

$\cos(x + \frac{\pi}{3}) = 0$

Вместо x ставим $x + \frac{\pi}{3}$, а ответ записываем по уравнению из таблицы

$\sin x = 0$

$x + \frac{\pi}{3} = \pi n; n \in z$, переносим $\frac{\pi}{3}$ в правую часть с противоположным знаком

$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n; n \in z;$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{3} + \pi n; n \in z;$

Пример 10. Решить уравнение

$(1+ \cos x)(3-2\cos x)=0$

Приравниваем каждую скобку к 0 и решаем

$1+ \cos x=0$	$3-2\cos x=0$
$\cos x= - 1$	$-2\cos x = -3$
$X_1= \pi +2\pi n; n\in z$	$\cos x = \frac{3}{2}$ решения нет, т.к. $\cos x \in (-1; 1)$

Ответ : $X_1= \pi +2\pi n; n\in z$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить уравнения	
1) $\sin x =0$ 2) $\sin x = \frac{1}{5}$ 3) $\sin 4x = 1$ 4) $\sin \frac{x}{3} = - \frac{1}{2}$ 5) $\sin(3x + \frac{\pi}{2}) = 0$ 6) $\sin(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{3}) +1 = 0$ 7) $2\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \sqrt{3}$ 8) $(1-2\sin x)(1+3\sin 4x)=0$	1) $\sin x = -1$ 2) $\sin x = - \frac{2}{7}$ 3) $\sin 2x = 1$ 4) $\sin \frac{x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5) $\mathrm{Sin}(x-\frac{\pi}{3}) = 0$ 6) $\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{5}) -1 = 0$ 7) $2\sin(\frac{\pi}{2} -3x) = -\sqrt{2}$ 8) $(1+\sin x)(1-2\sin x)=0$

Практическая работа
Тема: «Уравнение »
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тригонометрических уравнений вида
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:

$\mathbf{tg}\,x = \boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{tg}\,x = -\boldsymbol{\alpha}$
x = arctg $\boldsymbol{\alpha}$ + $\boldsymbol{\pi}$ n; n∈z	**x = - arctg $\boldsymbol{\alpha}$ + $\boldsymbol{\pi}$ n; n∈z**

У тангенса НЕТ ограничений

Пример 1. Решить уравнение
$tg\, x = 1$
Решение смотрим для положительного числа
x=arctg 1+ n; n∈z
arctg 1=$\frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись
x= $\frac{\pi}{4}$+ n; n∈z
Ответ: x=$\frac{\pi}{4}$+n; n∈z

Пример 2. Решить уравнение

Решаем по формуле отрицательного числа, так как у тангенса нет ограничений, то любое число может быть решением уравнения
x = - arctg 2 + π n; n∈z
Ответ: x = - arctg 2 + π n; n∈z

Пример 3. Решить уравнение

Решаем по формуле положительного числа, только вместо x ставим все выражение 4x
4x = $\mathbf{0} +$ n; n∈z
Делим теперь обе части на 4
x = $\frac{\pi n}{4}$; n∈z
Ответ: x = $\frac{\pi n}{4}$; n∈z

Пример 4. Решить уравнение
$\frac{\sqrt{3}}{3} - tg\frac{x}{3}$= 0

переносим число, стоящее перед тангенсом в правую часть с противоположным знаком

$-tg\frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$tg\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Решаем по формуле положительного числа, только вместо х ставим выражение $\frac{x}{3}$

$\frac{x}{3}$= arctg $\frac{\sqrt{3}}{3}$ + n; n$\in$z

Выражение $\frac{\sqrt{3}}{3}$ равнозначно табличному выражению $\frac{1}{\sqrt{3}}$

arctg $\frac{\sqrt{3}}{3}$ = $\frac{\pi}{6}$ по таблице. Подставляем в решение

$\frac{x}{3}$= $\frac{\pi}{6}$ + n; n$\in$z

Умножаем обе части уравнения на 3

X= $\frac{\pi}{2}$ +3 n; n$\in$z

Ответ: X= $\frac{\pi}{2}$ +3 n; n$\in$z

Пример 5. Решить уравнение

) = 1

Вместо х ставим $x+\frac{\pi}{3}$, а ответ записываем по положительному числу

$x+\frac{\pi}{3}$ = arctg 1+ πn; n$\in$z,

arctg 1= $\frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

$x+\frac{\pi}{3}$= $\frac{\pi}{4}$ + πn; n$\in$z,

переносим $\frac{\pi}{3}$ в правую часть с противоположным знаком

$x = -\frac{\pi}{3}$+ $\frac{\pi}{4}$ +πn; n$\in$z; приводим к общему знаменателю 12

X= - $\frac{4\pi}{12}$+ $\frac{3\pi}{12}$ +πn; n$\in$z;

X= - $\frac{\pi}{12}$ + πn; n$\in$z

Ответ: X= - $\frac{\pi}{12}$ + πn; n$\in$z

Пример 6. Решить уравнение

tg(2x - $\frac{\pi}{4}$) + 1 = 0

переносим 1 в правую сторону с противоположным знаком

tg(2x - $\frac{\pi}{4}$) = - 1

Вместо х ставим 2x - $\frac{\pi}{4}$, а ответ записываем по отрицательному числу

$2x - \frac{\pi}{4}$ = - arctg 1+ πn; n$\in$z,

arctg 1= $\frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

2x $-\frac{\pi}{4}$ = $-\frac{\pi}{4}$ + πn; n$\in$z, переносим $-\frac{\pi}{4}$ с левой стороны в правую с противоположным знаком

2x = $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$ + πn; n$\in$z,вычисляем

2x = πn; n$\in$z, делим обе части уравнения на 2

x = $\frac{\pi n}{2}$; n$\in$z,

Ответ: x = $\frac{\pi n}{2}$; n$\in$z,

Пример 7. Решить уравнение

(5+)(tg4x-1) =0

Приравниваем каждую скобку к 0 и решаем

5+ = 0 tg4x-1 =0

= - 5 tg4x = 1

X_1= - arctg 5+ πn; n$\in$z 4x = arctg 1+ πк; к$\in$z,

4x = $\frac{\pi}{4}$+ πк; к$\in$z,

X_2= $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi к}{4}$; к$\in$z

Ответ : X_1= - arctg 5+ πn; n$\in$z ; X_2= $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi к}{4}$; к$\in$z

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить уравнения	
9) tg x =-1 10) tg x = 3 11) tg 2x = 0 12) 1+tg$\frac{x}{3}$ = 0 13) $\sqrt{3}$ – tg (x - $\frac{\pi}{5}$) = 0 14) tg($\frac{\pi}{4}$ + 2x) = -1 15) 3 - tg($\frac{\pi}{2}$ + 2x) = $\sqrt{3}$ 16) (tgx-5)(tg3x+$\sqrt{3}$)=0	1) tg x = $\sqrt{3}$ 2) tg x = - $\frac{2}{7}$ 3) tg 5x = 0 4) $\sqrt{3}$ + tg$\frac{x}{6}$ = 0 5) 1 - tg(x+$\frac{\pi}{7}$) = 0 6) tg (3x - $\frac{x}{4}$)= $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 7) 3 + tg($\frac{\pi}{3}$ - 4x) = $\sqrt{3}$ 8) (tgx+2)(tg$\frac{x}{2}$ – $\sqrt{3}$)=0

Практическая работа
Тема: «Уравнение c»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тригонометрических уравнений вида c
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:

$\mathbf{ctg}\,x = \boldsymbol{\alpha}$ **x = arcctg $\boldsymbol{\alpha}$ + $\boldsymbol{\pi}$ n; n∈z**	$\mathbf{ctg}\,x = -\boldsymbol{\alpha}$ **x = - arcctg $\boldsymbol{\alpha}$ + $\boldsymbol{\pi}$ n; n∈z**

У котангенса НЕТ ограничений

Пример 1. Решить уравнение
$ctg\,x = 1$
Решение смотрим для положительного числа
x=arcctg 1+ n; n∈z
arcctg 1=$\frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись
x= $\frac{\pi}{4}$+ n; n∈z
Ответ: x=$\frac{\pi}{4}$+n; n∈z

Пример 2. Решить уравнение

Решаем по формуле отрицательного числа, так как у котангенса нет ограничений, то любое число может быть решением уравнения
x = - arcctg 2 + $\boldsymbol{\pi}$ n; n∈z
Ответ: x = - arcctg 2 + $\boldsymbol{\pi}$ n; n∈z

Пример 3. Решить уравнение

Решаем по формуле положительного числа, только вместо x ставим все выражение 4x
4x = $\frac{\pi}{2}+$ n; n∈z
Делим теперь обе части на 4
x = $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{4}$; n∈z
Ответ: x =$\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{4}$; n∈z

Пример 4. Решить уравнение
$\frac{\sqrt{3}}{3} - ctg\,\frac{x}{3}$= 0

переносим число, стоящее перед котангенсом в правую часть с противоположным знаком

$-ctg\frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$ctg\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Решаем по формуле положительного числа, только вместо x ставим выражение $\frac{x}{3}$

$\frac{x}{3}$= arcctg $\frac{\sqrt{3}}{3}$ + n; n$\in$z

Выражение $\frac{\sqrt{3}}{3}$ равнозначно табличному выражению $\frac{1}{\sqrt{3}}$

arcctg $\frac{\sqrt{3}}{3}$ = $\frac{\pi}{3}$ по таблице. Подставляем в решение

$\frac{x}{3} = \frac{\pi}{3}$ + n; n$\in$z

Умножаем обе части уравнения на 3

X= π +3 n; n$\in$z

Ответ: X= π +3 n; n$\in$z

Пример 5. Решить уравнение

$ctg(x + \frac{\pi}{3}) = 1$

Вместо x ставим $x + \frac{\pi}{3}$, а ответ записываем по положительному числу

$x + \frac{\pi}{3}$ = arcctg 1+ πn; n$\in$z,

arcctg 1= $\frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + \pi$n; n$\in$z,

переносим $\frac{\pi}{3}$ в правую часть с противоположным знаком

$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \pi$n; n$\in$z; приводим к общему знаменателю 12

X= $-\frac{4\pi}{12} + \frac{3\pi}{12} + \pi$n; n$\in$z;

X= $-\frac{\pi}{12} + \pi$n; n$\in$z

Ответ: X= $-\frac{\pi}{12} + \pi$n; n$\in$z

Пример 6. Решить уравнение

ctg(2x - $\frac{\pi}{4}$) + 1 = 0

переносим 1 в правую сторону с противоположным знаком

ctg(2x - $\frac{\pi}{4}$) = - 1

Вместо x ставим 2x - $\frac{\pi}{4}$, а ответ записываем по отрицательному числу

2x - $\frac{\pi}{4}$ = - arcctg 1+ πn; n$\in$z,

arcctg 1= $\frac{\pi}{4}$ по таблице, подставляем в запись

$2x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + \pi n;\ n \in z$, переносим $-\frac{\pi}{4}$ с левой стороны в правую с противоположным знаком

$2x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi n;\ n \in z$,вычисляем

$2x = \pi n;\ n \in z$, делим обе части уравнения на 2

$x = \frac{\pi n}{2};\ n \in z$,

Ответ: $x = \frac{\pi n}{2};\ n \in z$,

Пример 7. Решить уравнение

$(5+ ctg\,x)(ctg4x-1) =0$

Приравниваем каждую скобку к 0 и решаем

$5+ctg\,x= 0$	$ctg4x-1 =0$
$ctg\,x = - 5$	$ctg4x = 1$
$X_1= -\ arcctg\ 5+ \pi n;\ n\in z$	$4x = arcctg\ 1+ \pi к;\ к\in z$,
	$4x = \frac{\pi}{4}+ \pi к;\ к\in z$,
	$X_2= \frac{\pi}{16} +\frac{\pi к}{4};\ к\in z$

Ответ : $X_1= -\ arcctg\ 5+ \pi n;\ n\in z$; $X_2= \frac{\pi}{16} +\frac{\pi к}{4};\ к\in z$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решить уравнения	
17) $ctg\,x = -1$ 18) $ctg\,x = 3$ 19) $ctg\,2x = 0$ 20) $1+ctg\frac{x}{3} = 0$ 21) $\sqrt{3} - ctg\,(x - \frac{\pi}{5}) = 0$ 22) $ctg(\frac{\pi}{4} + 2x) = -1$ 23) $3 - ctg(\frac{\pi}{2} + 2x) = \sqrt{3}$ 24) $(ctgx-5)(ctg3x+\sqrt{3})=0$	9) $ctg\,x = \sqrt{3}$ 10) $ctg\,x = -\frac{2}{7}$ 11) $ctg\,5x = 0$ 12) $\sqrt{3} + c\,tg\frac{x}{6} = 0$ 13) $1 - ctg(x+\frac{\pi}{7}) = 0$ 14) $ctg\,(3x - \frac{x}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 15) $3 + ctg(\frac{\pi}{3} - 4x) = \sqrt{3}$ 16) $(ctgx+2)(ctg\frac{x}{2} - \sqrt{3})=0$

Практическая работа
Тема: «Тригонометрические уравнения»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения тригонометрических уравнений.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Рассмотрим некоторые примеры решения тригонометрических уравнений
1. **Уравнения , сводящиеся к квадратным**
Пример 1. Решить уравнение
$2\cos^2x – 5\sin x+1=0$
Заменяя $\cos^2x$ на $1- \sin^2x$, получаем
$2(1- \sin^2x)-5\sin x+1=0$
$2- 2 \sin^2x - 5\sin x+1=0$
Считаем подобные члены
$- 2 \sin^2x - 5\sin x+3=0$
Обозначая $\sin x = y$, получаем квадратное уравнение
$- 2 y^2 – 5y + 3=0$
а= - 2; в = - 5; с = 3
D= $в^2$-4ac=25+24=49
$y_1= \frac{5+7}{-4} = -3$; $y_2= \frac{1}{2}$
подставляем в замену
1. $\sin x = -3$ –уравнение не имеет решения, так как $\sin x \in (-1;1)$
2. $\sin x = \frac{1}{2}$
$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n;\ n \in z$
$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n;\ n \in z$
Ответ: $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n;\ n \in z$
Пример 2. Решить уравнение
$tg^2x + tgx – 2 =0$
заменяем $tgx =y$
$y^2 +y -2 = 0$
a = 1; в = 1; с = - 2
D= $в^2$-4ac = 1 +8 = 9
$У_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$
$У_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$
Подставляем в замену
1. $tgx = 1$
$x = arctg\ 1 + \pi n;\ n \in z$
$x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n;\ n \in z$

2. $tgx = 1$

$x_2 = -\ arctg2 + \pi k;\ k \in z$

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n;\ n \in z;\ x_2 = -\ arctg2 + \pi k;\ k \in z$

Пример 3. Решить уравнение

$4sin^2x – 5sinxcosx – 6cos^2x = 0$

Делим все уравнение на cos^2x

$$\frac{4\sin x}{\cos x} - \frac{5\sin x\cos x}{\cos x} - \frac{6\cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x}$$

Получаем уравнение

$4tg^2x – 5tgx – 6 = 0$

Заменяем $tgx = y$, получаем уравнение

$4y^2 – 5y – 6 = 0$

$a = 4;\ в = -\ 5;\ c = -\ 6$

$D = в^2 - 4ac = 25+144 = 169$

$У_1 = \frac{5+13}{2} = 9$

$У_2 = \frac{5-13}{2} = -\ 4$

Подставляем в замену

1. $tgx = 9$

$x_1 = arctg\ 9 + \pi n;\ n \in z$

2. $tgx = -\ 4$

$x_2 = -\ arctg4 + \pi k;\ k \in z$

Ответ: $x_1 = arctg9 + \pi n;\ n \in z\ ;\ x_2 = -\ arctg4 + \pi k;\ nk \in z$

2. **Уравнение a sin x + b cos x = 0**

Пример 3. Решить уравнение

$2\ sinx - 3\ cos\ x = 0$

Поделим все уравнение на cos x

$$\frac{2\sin x}{\cos x} - \frac{3\cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x}$$

$2\ tgx – 3 = 0$

$2\ tgx = 3$

$tgx = \frac{3}{2}$

$x = arctg\frac{3}{2} + \pi n;\ n \in z$

Ответ: $x = arctg\frac{3}{2} + \pi n;\ n \in z$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Решите уравнения	
A) $6\ sin^2x – cosx + 6 = 0$ B) $tg^2x\ \ + 3\ tgx = 0$ C) $3\ sin^2x + sinx\ cosx – 2\ cos^2x = 0$	A) $8\ cos^2x – 12sinx + 7 = 0$ B) $2\ tg^2x – tgx - 3 = 0$ C) $2\ sin^2x +3\ sinx\ cosx – 2\ cos^2x = 0$

D) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$	D) $\sin x + \cos x = 0$

Практическая работа
Тема: «Производные основных элементарных функций»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки применения формул для вычисления производной
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:
Формулы элементарных производных:

$(\ln(kx+b))' = \frac{k}{kx+b}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a}$
$(e^x)' = e^x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(e^{kx+b})' = k * e^{kx+b}$	$(\sin)' = \cos x$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\cos(kx+b))' = -k\sin(kx+b)$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $x > 0$	$(\sin(kx+b))' = k\cos(kx+b)$

Пример: Вычислить производную:

1. $(3^x + 2e^x)' = 3^x \ln 3 + 2e^x$
2. $(e^{3+2x} + 2\ln x)' = 2e^{3+2x} + \frac{2}{x}$
3. $(2\log_4 x + \ln(3x+1))' = \frac{2}{x\ln 4} + \frac{3}{3x+1}$
4. $(2\sin x + 4^x)' = 2\cos x + 4^x \ln 4$
5. $(2\cos x - 6\ln x)' = -2\sin x - \frac{6}{x}$
6. $(\sin(4+2x))' = 2\cos(4+2x)$
7. $(\cos(1-3x))' = 3\sin(1-3x)$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Вычислить производную:	
$(4^x - 3e^x)'$; $(7^x + e^x)'$; $(10^x + 4e^x)'$	$(8^x - 2e^x)'$; $(9^x + 3e^x)'$; $(-7^x + 5e^x)'$
$(e^{5-2x} + 4\ln x)'$; $(e^{1+4x} - 5\ln x)'$	$(e^{2-8x} + \ln x)'$; $(-e^{9x+2} + 3\ln x)'$
$(3\log_5 x + \ln(-4x+2))'$; $(4\log_4 x + \ln(1-2x))$	$(\log_7 x + \ln(2+5x))'$; $(4\log_9 x + \ln(9-2x))$
$(3\sin x + 5^x)'$; $(5\sin x + 3^x)'$; $(6\sin x + 2^x)'$	$(\sin x - 2^x)'$; $(3\sin x + 5^x)'$; $(5\sin x - 6^x)'$

$(3\cos x + 2\ln x)'$; $(4\cos x - 6\ln x)'$	$(-5\cos x - 2\ln x)'$; $(-4\cos x - 5\ln x)'$
$(\sin(3 - 4x))'$; $(\sin(7x + 2))'$	$(\sin(5x - 3))'$; $(\sin(2x + 5))'$
$(\cos(2 + 5x))'$;$(\cos(2 - 8x))'$	$(\cos(4 - 7x))'$;$(\cos(8 - 6x))'$
$(\cos(\frac{x}{3} + 5) - e^{5x})'$	$(\sin(\frac{x}{4} - 2) + e^{-7x})'$

Практическая работа
Тема: «Возрастание и убывание функции»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки применения формул для вычисления производной, нахождения возрастания и убывания функции
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:

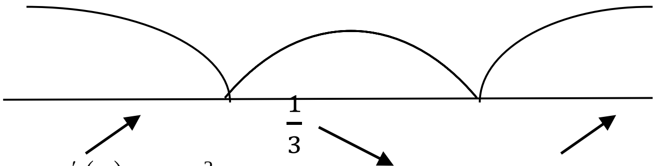
Если производная на отрезке имеет знак:	
«+» - то функция ВОЗРАСТАЕТ	**«-» - то функция УБЫВАЕТ**

<u>Рассмотрим на примере алгоритм нахождения возрастания и убывания функции:</u>
Найти интервалы возрастания и убывания функции
$y(x) = x^3 - 2x^2 + x$

1.Область определения функции $x \in R$ (любое х).
2.Вычислить производную:
$y'(x) = (x^3 - 2x^2 + x)' = 3x^2 - 4x + 1$

Получилось квадратное уравнение,
приравниваем к нулю и находим критические точки:
$3x^2 - 4x + 1 = 0$
$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 16 - 12 = 4$
$a = 3$; $b = -4$; $c = 1$
$X_{1,2} = \dfrac{4 \pm 2}{6}$
$x_1 = \dfrac{6}{6} = 1$ $x_2 = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$
3. Исследуем функцию: $y'(0) = 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + 1 = 1$

$y'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{3}{4} - 2 + 1 = \dfrac{3}{4} - 1 = \dfrac{1}{4}$



1

$y'(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 12 - 8 + 1 = 5$
$x < \dfrac{1}{3}$ и $x > 1$ - возрастает ; $\dfrac{1}{3} < x < 1$ - убывает

Ответ: $x < \dfrac{1}{3}$ и $x > 1$ - возрастает; $\dfrac{1}{3} < x < 1$ - убывает

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание
Задание для работы.

1 вариант	2 вариант
Найти интервалы возрастания и убывания функции:	
У = $2x^3 + 6x^2 + 4$ У = $- x^4 + 8x^2 – 16$ У = $6x^4 – 4x^6$ У = $x^3 – 3x^2 + 2$	У = $x^3 + 6x^2 + 9x$ У = $x^4 - 2x^2 + 2$ У = $4x^5 – 5x^4$ У = $x^4 – 10x^2 + 9$

Практическая работа

Тема: «Схема исследования функции. Построение графиков»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки исследования функций с помощью производной и построения графиков функций
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

Схему исследования функции рассмотрим на примере:

Построить график функции

У(х) = $x^3 - 2x^2 + x$ на отрезке (0; 2)

1.Область определения функции $x \in R$ (любое х).

2.Вычислить производную:

$$y'(x) = (x^3 - 2x^2 + x)' = 3x^2 - 4x + 1$$

приравниваем к нулю и находим стандартные точки:

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

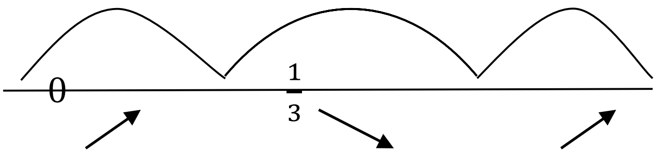
$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 16 - 12 = 4$$

$a = 3$; $b = -4$; $c = 1$

$$X_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6}$$

$$x_1 = \frac{6}{6} = 1 \quad x_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3. Исследуем функцию



1 2

$$y'\left(\frac{1}{4}\right) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{16} - 1 + 1 = \frac{3}{16}$$

$$y'\left(\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

$$y'\left(\frac{3}{2}\right) = 3\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{4}$$

$x > 1$ - возрастает $\qquad x = \frac{1}{3}$ - max

$\frac{1}{3} < x < 1$ - убывает $\qquad x = 1$ - min

4. Вычислим значения функции $y(x) = x^3 - 2x^2 + x$ в точках и интервалах:

$y(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 0 = 0$ - получаем точку с координатами $(0;0)$

$y\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} = \frac{1}{27} - \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1-6+9}{27} = \frac{4}{27}\ \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{27}\right)$

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{8} - \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1-4+4}{8} = \frac{1}{8}\ \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$

$y(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 = 1 - 2 + 1 = 0\ (1;0)$

$y(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 2 = 8 - 8 + 2 = 2\ (2;2)$

5. Составим таблицу:

x	X=0	$0 < x < \frac{1}{3}$	$x = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < 1$	$x = 1$	1<x<2	X=2
$y'(x)$	0	+	0	-	0	+	0
$y(x)$	0	↗	$\frac{4}{27}$	↘	0	↗	2
			max		min		

6. Строим график:

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Исследовать функцию на отрезке и построить график :	
У = $x^3 - 3x^2 + 2$ на $[-1; 3]$	У = $x^4 - 10x^2 + 9$ на $[-3; 3]$

Практическая работа
Тема: «Наибольшее и наименьшее значения функции»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки нахождения по алгоритму наибольшего и наименьшего значения функции
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Пусть функция у непрерывна на отрезке $[a; в]$ и имеет несколько критических точек на этом отрезке.
Для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке $[a; в]$ нужно:
1. Найти значения функции на концах отрезка, т.е. числа у(а) и у(в) ;
2. Найти ее значения в тех критических точках, которые принадлежат интервалу (а;в);
3. Из найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

Пример 1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $у = 1 + 2x^2 – x^4$ на отрезке $[-1; 2]$
1. $У(-1) = 1+2(-1)^2 – (-1)^4 = 1+2-1 =$ **2**
$У(2) = 1+2\cdot 2^2 – 2^4 = 1+8 – 16 =$ **-7**
2. $У^{/} = (1 + 2x^2 – x^4)^{/} = 4x-4x^3$ можно поделить на 4
$x - x^3 = 0$
$x(1 – x^2) = 0$
$x=0$ или $1 – x^2 = 0$
$x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$
из полученных чисел, все входят в интервал
считаем теперь от этих чисел значения функции
$У(1) = 1+2\cdot 1^2 – 1^4 = 1+2-1 =$ **2**
$У(0) = 1+2\cdot 0^2 – 0^4 = 1+0-0 =$ **1**
3. Наибольшее 2
Наименьшее - 7
Ответ: Наибольшее 2
Наименьшее - 7

Пример 2. 1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $у = x + \frac{1}{x}$ на отрезке $[2; 4]$
1. $У(2) = 2 + \frac{1}{2} =$ **2,5**
$У(4) = 4 + \frac{1}{4} =$ **4,25**
2. $У^{/} = (x + \frac{1}{x})^{/} = 1- \frac{1}{x^2}$ умножаем на x^2 и приравниваем к нулю

$X^2 – 1 = 0$
$x^2 = 1$
$x^2= \pm\sqrt{1}$
$x_1=1$; $x_2 = -1$
эти числа в интервал не входят, значит будем выбирать из тех что уже посчитали:
3. Наибольшее 4,25
Наименьшее 2,5
Ответ: Наибольшее 4,25
Наименьшее 2,5

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание
Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Найти наибольшее и наименьшее значения функции:	
У = $x^5 – x^3 + x$ на $[0; 2]$	У = $1 + x^2 – x^4$ на $[1; 3]$
У = $2x^3 + 3x^2 – 36x$ на $[-2; 1]$	У = $x^3 + 9x^2 + 15x$ на $[-3; -2]$
У = $x^3 - 6x^2 + 9$ на $[-2; 2]$	У = $x^3 + 6x^2 + 9x$ на $[-4; 0]$
У = $x^4 – 2x^2 +3$ на $[-4; 3]$	У = $x^4 – 8x^2 +5$ на $[-3; 2]$
У = $x + \frac{4}{x}$ на $[1; 4]$	У = $x + \frac{9}{x}$ на $[1; 9]$

Практическая работа
Тема: «Многогранники. Площадь и объем многогранников»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения задач используя формулы.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:
Куб.
Формулы, необходимые для решения задач:

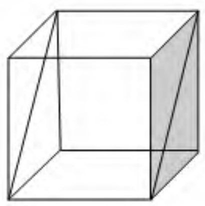
$S = a^2$, а-ребро куба
$S_{бок} = 4a^2$
$P_{осн} = 4a$
$S_{пол} = 6a^2$
$d^2_{к} = 3a^2$
$d^2_{осн} = 2a^2$
$S_{осн} = a^2$

Задача 1. Ребро куба равно 4 см. Найдите периметр основания, диагональ куба и площадь основания куба и его объем.
Дано: Решение:
Куб $P_{осн} = 4a = 4*4 = 16$ см
$a = 4$ см $S_{осн} = a^2 = 4^2 = 16$ см^2
$d^2_{к} = 3a^2 \Rightarrow d_{к} = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ см
$V = a^3 = 4^3 = 64$ см^3

$P_{осн}$-? d_k-? $S_{осн}$-? V-? Ответ: $P_{осн} = 16$ см; $S_{осн} = 16$ см^2; $d_{к} = 4\sqrt{3}$ см
$V = 64$ см^3

Задача 2. Площадь диагонального сечения куба равна $8\sqrt{2}$ см^2. Найдите площадь полной поверхности куба и его объем.

Дано: Решение: 1) $S_{сеч} = d*a$
Куб 2) $d = a\sqrt{2}$



$S_{сеч} = 8\sqrt{2}$ см^2

$S_{п.к}$ -? V_k-?
3) $S_{сеч} = a\sqrt{2} * a = a^2\sqrt{2}$
$8\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$

$8 = a^2$
$a = \sqrt{8}$ см
4) $S_{п.к.} = 6a^2 = 6\cdot 8 = 48$ см^2
5) $V_k = a^3 = (\sqrt{8})^3 = 16\sqrt{2}$ см^3
Ответ: $S_{п.к.} = 48$ см^2 ; $V_k = 16\sqrt{2}$ см^3

Параллелепипед.

Формулы, необходимые для решения задач:

Если в основании лежит - квадрат

а-ребро основания	**$S_{бок}= 4ac$**
$P_{осн}= 4a$	**$S_{пол}= 2 S_{осн}+ S_{бок}$**
$d^2_{п}= 2a^2+c^2$	**$S_{пол}= 2 a^2+4ac$**
$S_{осн}= a^2$	**$d^2_{осн}= 2a^2$; $d=a\sqrt{2}$**

Если в основании лежит - прямоугольник

а, в -ребро основания	**$S_{бок}= 2ac + 2вc = 2c(a+в)$**
с- высота	
$P_{осн}= 2(a+в)$	**$S_{пол}= 2 S_{осн}+ S_{бок}$**
$d^2_{п}= a^2+в^2+ c^2$	**$S_{пол}= 2 ав+2c(a+в)$**
$S_{осн}= ав$	**$d^2_{осн}= a^2+в^2$**

Задача 1. Сумма всех ребер параллелепипеда равна 120 см. Найдите каждое ребро параллелепипеда и площадь полной поверхности, если $\frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$; $\frac{BC}{BB_1} = \frac{5}{6}$.

Дано:
Параллелепипед
$\sum_{реб} = 120$ см
$\frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$; $\frac{BC}{BB_1} = \frac{5}{6}$
BC, AB, BB_1 - ?

Решение:
Все ребра обозначим за x,
тогда AB=4x; BC = 5x; BB_1= 6x
получаем:
$AB= DC = A_1B_1 = D_1C_1 = 4X$
$BC = AD = B_1C_1= A_1 D_1= 5X$
$BB_1= CC_1= DD_1= AA_1= 6X$
$4*4X+4*5X+4*6X=120$
$60x=120 \Rightarrow X=2$
AB = 4*2 = 8 СМ
BC = 5*2 =10 СМ
BB_1 = 6*2 = 12 СМ
$S_{осн}= AB*BC = 8*10=80$ см^2
$S_{бок}= 2AB*BB_1 + 2BC*BB_1 = 2BB_1(AB+BC) = 2*12(8+10) =432$ см^2
$S_{пол}= 2 S_{осн}+ S_{бок} = 2*80+432 = 592$ см^2
Ответ: AB = 8 СМ; BC =10 СМ; BB_1 = 12 СМ , $S_{бок}$ =432 см^2
$S_{пол}$ = 592 см^2

Задача 2. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны: 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.

Дано:	Решение:
Параллелепипед	$V = a \cdot в \cdot h = 99 \cdot 16 = 1728$ см^3
$a = 8$ см,	$V_к = V_п = 1728$ см^3
$в = 12$ см,	$V_к = a^3$
$h = 18$ см	$a_к = \sqrt[3]{1728} = 12$ см
$V_к = V_п$	Ответ: $a_к = 12$ см
$a_к$ - ?	

Призма.

Мы будем рассматривать прямую призму.

Формулы, необходимые для решения задач:

$\mathbf{S_{бок} = Ph}$

$\mathbf{S_{пол} = 2\, S_{осн} + S_{бок}}$

<u>Формулы, для вычисления площади основания:</u>

а)равносторонний треугольник $\mathbf{S} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

б)произвольный треугольник

формула Герона, если известны все его стороны:

$p = \frac{a+в+c}{2}$; $\mathbf{S} = \sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}$

в)треугольник $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\,\mathbf{ah}$; $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\,\mathbf{aв\sin}\angle c$

г)квадрат $\mathbf{S} = \mathbf{a^2}$

д)прямоугольник $\mathbf{S = aв}$

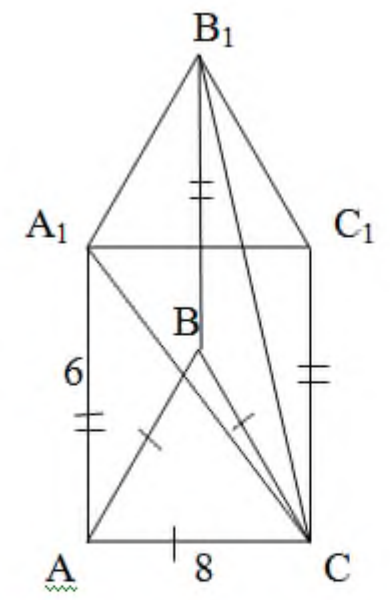
е)параллелограмм $\mathbf{S = ah}$; $\mathbf{S = aв\sin\angle\alpha}$

ж)ромб $\mathbf{S = a^2 \sin\angle\alpha}$; $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\,\mathbf{d_1 d_2}$

Задача 1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.

Дано:
Призма
Основание-треугольник
а= 8 см
в = 6 см

$S_{сеч}$ -?



Решение:
1) Рассмотрим $\angle A_1B_1C$
$A_1C = B_1C$, так как являются диагоналями в прямоугольниках.
2) Рассмотрим $\angle CAA_1$, $\angle A = 90^0$
По т.Пифагора
$A_1C^2 = AA_1^2 + AC^2$
$A_1C = \sqrt{AA_1^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} =$
$= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ см

3) Найдем S сечения по формуле Герона:
$P = \frac{10+10+8}{2} = 14$
$S_{сеч} = \sqrt{14(14-10)(14-10)(14-8)} = \sqrt{14 * 4 * 4 * 6} = \sqrt{1344} = 8\sqrt{21} \approx 36{,}6$ см
Ответ: $S_{сеч} = 8\sqrt{21} \approx 36{,}6$ см

Задача 2. Вычислить объем треугольной призмы, если AB = 25 дм, BC = 29 см, AC = 36 дм, $S_{пол} = 1620$ дм^2.

Дано:
призма
основание – треугольник
AB =25 дм
BC =29 дм
AC = 36 дм
$S_п = 1620$ дм^2

V - ?

Решение:
$V = S_{осн}\, h$
Площадь основания найдем по формуле Герона
$P = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{25+29+36}{2} = 45$
$S_{осн} = \sqrt{45(45-36)(45-29)(45-25)} =$
$= \sqrt{45 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 20} = \sqrt{129600} = 360$ дм^2
$S_{пол} = 2\, S_{осн} + S_{бок}$; $S_{бок} = P_{осн}\, h$
$1620 = 2 \cdot 360 + (25 + 29 + 36) \cdot h$
$1620 = 720 + 90 \cdot h$
$162 = 72 + 9\, h$
$9\, h = 162 – 72$
$9\, h = 90$
$h = \frac{90}{9} = 10$ дм
$V = S_{осн}\, h = 360 \cdot 10 = 3600$ дм^2
Ответ: $V = 3600$ дм^3

Пирамида.

Формулы, необходимые для решения задач:

$\mathbf{S_{бок} = \frac{1}{2}\, P\, d}$

$\mathbf{S_{пол} = S_{осн} + S_{бок}}$

Формулы, для вычисления площади основания:

а)равносторонний треугольник $\mathbf{S} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

б)произвольный треугольник

формула Герона, если известны все его стороны:

$p = \frac{a+в+c}{2}$; $\mathbf{S}=\sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}$

в)треугольник $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{ah}$; $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{aвsin}\angle c$

г)квадрат $\mathbf{S} = \mathbf{a}^2$

д)прямоугольник $\mathbf{S} = \mathbf{aв}$

е)параллелограмм $\mathbf{S} = \mathbf{ah}$; $\mathbf{S} = \mathbf{aвsin}\angle\alpha$

ж)ромб $\mathbf{S} = \mathbf{a}^2 \sin\angle\alpha$; $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{d_1d_2}$

Задача 1. Основанием пирамиды ДАВС является $\triangle$АВС, у которого АВ = АС = 13 см, ВС = 10 см, ребро АД перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Дано:

Пирамида основание-треугольник АВС

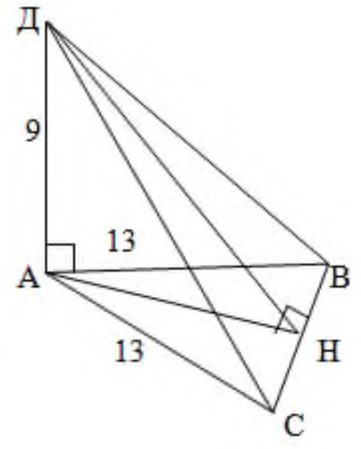
АВ = АС = 13 см

ВС = 10 см

АД = 9 см

АД⊥АВС

$S_{бок}$ -?



Решение:

1) $S_{бок} = 2\,S_{ДАВ} + S_{ДСВ}$

$S_{ДАВ} = \frac{ДА \cdot АВ}{2} = \frac{9\cdot 13}{2} = \frac{117}{2}$ см^2

$2\,S_{ДАВ} = 2\cdot\frac{117}{2} = 117$ см^2

2) $\triangle$ДАВ =$\triangle$ДАС(по 2 катетам)

ДС =ДВ; $\triangle$ДВС – равнобедренный

ДН ⊥ВС; СН = НВ = 5 см(по условию)

3) $\triangle$ДАН – прямоугольный

$\triangle$АНС, ∠Н=90^0, по т. Пифагора

$АН = \sqrt{АС^2 - СН^2} =$

$=\sqrt{13^2 - 5^2} =$

$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$см

$\triangle$ДАН, ∠А=90^0, по т. Пифагора

$ДН = \sqrt{АН^2 + АД^2} =$

$=\sqrt{12^2 + 9^2} =$

$= \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$см

Ответ: $S_{бок}$ = 192 см^2

4)$S_{ДСВ} = \frac{1}{2}$ ДН· СВ $= \frac{1}{2}\,10\cdot 15 =$ 5*15 = 75 см^2

5) $S_{бок} = 2\,S_{ДАВ} + S_{ДСВ} =$ 117 + 75 = 192 см^2

Задача 2. Основанием пирамиды ДАВС является треугольник, в котором АВ = 20 см, АС = 29 см, ВС = 21 см. Грани ДАВ и ДВС перпендикулярны к плоскости основания, а грань ДВС составляет с ней угол в 60^0. Найдите объем пирамиды.

Дано: Решение:

пирамида
Основание-треугольник
AB = 20 см
AC = 29 см
BC = 21 см
ДАВ$\perp$ ABC
ДАС $\perp$ ABC
$\angle\alpha = 60^0$

V - ?

$V = \frac{1}{3} S_{осн}\, h$

Площадь основания найдем по формуле Герона

$P = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{20+29+21}{2} = 35$

$S_{осн} = \sqrt{35(35-29)(35-21)(35-20)} =$

$= \sqrt{35 \cdot 6 \cdot 14 \cdot 15} = \sqrt{44100} = 210$ см^2

$S_{осн} = \frac{1}{2} АН \cdot CB$

$210 = \frac{1}{2} \cdot h \cdot 21$

$10 = \frac{1}{2} \cdot h$

$h = 10 \cdot 2 = 20$ см

$\triangle$ДАН, $\angle A = 90^0$; $\angle Д = 30^0$, т.к. $\angle H = 60^0$

Против угла в 30^0 лежит катет, равный половине гипотенузы

АН = 20 см, тогда ДН = 40 см

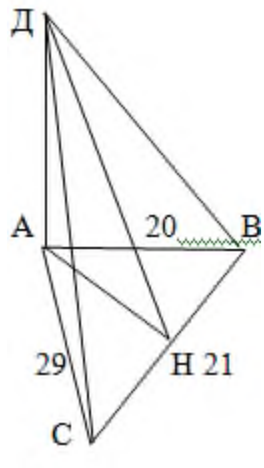
По т. Пифагора

$ДА = \sqrt{ДН^2 - АН^2} = \sqrt{40^2 - 20^2} =$

$= \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$ см

$V = \frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 20\sqrt{3} = 1400\sqrt{3}$ см^3

Ответ: $V = 1400\sqrt{3}$ см^3



Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание.

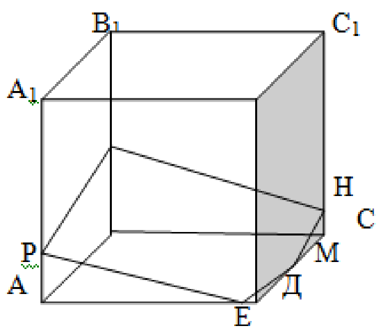
Решить задачи:	
1 вариант	**2 вариант**
Ребро куба равно 10 см. Найдите периметр основания куба, диагональ куба и площадь основания куба.	Ребро куба равно 9 см. Найдите периметр основания куба, диагональ куба и площадь основания куба.
Площадь диагонального сечения куба равна $12\sqrt{2}$ см^2. Найдите площадь полной поверхности куба и его объем.	Площадь диагонального сечения куба равна $16\sqrt{2}$ см^2. Найдите площадь полной поверхности куба и его объем.
Сумма всех ребер параллелепипеда равна 140 см. Найдите каждое ребро параллелепипеда и площадь полной поверхности, если: $\frac{AB}{BC} = \frac{5}{6}; \frac{BC}{BB_1} = \frac{6}{7}$	Сумма всех ребер параллелепипеда равна 100 см. Найдите каждое ребро параллелепипеда и площадь полной поверхности, если: $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}; \frac{BC}{BB_1} = \frac{4}{5}$
Измерения прямоугольного параллелепипеда равны: 4 дм, 13 дм и 42,25 дм. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.	Измерения прямоугольного параллелепипеда равны: 4 см, 68,6см и 10 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.
Сторона основания правильной треугольной призмы равна 3 см, боковое ребро равно 4 см. Найдите площадь	Сторона основания правильной треугольной призмы равна 4 см, боковое ребро равно 3 см. Найдите площадь

сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.	сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.
Вычислить объем треугольной призмы, если AB = 40 см, BC = 13 см, AC = 37 см, $S_{пол}$ = 4980 см^2.	Вычислить объем треугольной призмы, если AB = AC = 25 см, BC =12 см, $S_{пол}$ = 576 см^2.
Основанием пирамиды ДАВС является ⊿АВС, у которого АВ = АС = 12 см, ВС = 9 см, ребро АД перпендикулярно к плоскости основания и равно 6 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.	Основанием пирамиды ДАВС является ⊿АВС, у которого АВ = АС = 10 см, ВС = 8 см, ребро АД перпендикулярно к плоскости основания и равно 6 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
Основанием пирамиды ДАВС является треугольник, в котором АВ = 40 см, АС = 13 см, ВС = 37 см. Грани ДАВ и ДВС перпендикулярны к плоскости основания, а грань ДВС составляет с ней угол в 60^0. Найдите объем пирамиды.	Основанием пирамиды ДАВС является треугольник, в котором АВ = 25 см, АС = 29 см, ВС = 36 см. Грани ДАВ и ДВС перпендикулярны к плоскости основания, а грань ДВС составляет с ней угол в 60^0. Найдите объем пирамиды.

Практическая работа
Тема: «Сечения куба, призмы, пирамиды»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки построения сечений в кубе, призмы, пирамиды.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Плоскость называется ***секущей плоскостью куба,*** если по обе стороны от этой плоскости имеются точки данного куба.
Многоугольник, сторонами которого являются отрезки, по которым секущая плоскость пересекает грани куба, ***называется сечением куба***.
Куб имеет шесть граней. Его сечениями могут быть треугольники, четырехугольники, пятиугольники и шестиугольники.
Для построения сечения достаточно построить точки пересечения секущей плоскости с ребрами.
Задача 1. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки Р, К и Н , лежащие на ребрах AA_1, BB_1 и CC_1 соответственно.

Дано:
$АВСДА_1В_1С_1Д_1$ – куб
$Р \in АА_1$
$К \in ВВ_1$
$Н \in СС_1$

Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки Р, К и Н



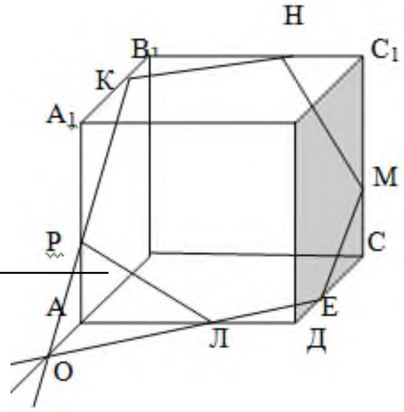
Построение:
1) Соединяем точки Р и К (т.к. они лежат в одной плоскости);
2) Соединяем точки К и Н (т.к. они лежат в одной плоскости);
3) Через точку Р проведем прямую, параллельную КН, до пересечения с ребром АД(РЕ∥КН, РЕ×АД=Е);
4) Через точку Н проведем прямую, параллельную КР, до пересечения с ребром СД(НМ∥КР, НМ×ДС=М);
5) Соединяем точки Е и М (т.к. они лежат в одной плоскости).
Пятиугольник

РКНМЕ – искомое сечение

Задача 2. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки Р, К и Н , лежащие на ребрах $АА_1$, $ВВ_1$ и $СС_1$ соответственно.

Дано:
$АВСДА_1В_1С_1Д_1$ – куб
$Р \in АА_1$
$К \in А_1В_1$
$Н \in В_1С_1$

Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки Р, К и Н



Построение:
1) Соединяем точки Р и К (т.к. они лежат в одной плоскости);
2) Соединяем точки К и Н (т.к. они лежат в одной плоскости);
3) Через точки К и Р проведем прямую до пересечения с ребром АВ (КР×АВ=О);
4) Через точку О проведем прямую, параллельную КН, до пересечения с ребрами АД и ДС(ОЕ‖КН, ОЕ×АД=Л, ОЕ×ДС=Е);
5) Соединяем точки Р и Л (т.к. они лежат в одной плоскости);
6) Через точку Е проведем прямую, параллельную РК, до пересечения с ребром $СС_1$(ЕМ‖РК, $ЕМ×СС_1$=М);
6) Соединяем точки М и Н (т.к. они лежат в одной плоскости).

Шестиугольник РКНМЕЛ – искомое сечение

Краткие теоретические сведения:

Плоскость называется ***секущей плоскостью призмы,*** если по обе стороны от этой плоскости имеются точки данной призмы.

Многоугольник, сторонами которого являются отрезки, по которым секущая плоскость пересекает грани призмы , ***называется сечением призмы***.

Призма имеет пять, шесть, … граней. Ее сечениями могут быть треугольники, четырехугольники, пятиугольники и шестиугольники и …. В зависимости от того, какое у призмы основание.

Для построения сечения достаточно построить точки пересечения секущей плоскости с ребрами.

Задача 1. Построить сечение треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, проходящее через точку пересечения диагоналей одной из ее боковых граней и противолежащую вершину нижнего основания.

Дано:

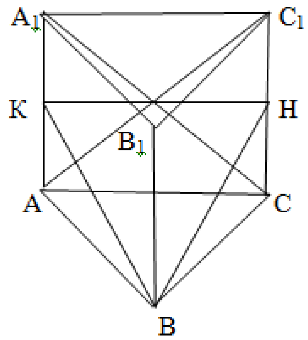
$ABCA_1B_1C_1$ – призма

Основание- треугольник

Р –точка пересечения диагоналей одной боковой грани

Противолежащая вершина

Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точку Р и противолежащую вершину нижнего основания



Построение:

1) Проводим диагонали AC_1 и CA_1 грани AA_1C_1C

2) Р-точка пересечения диагоналей AC_1 и CA_1($AC_1 \times CA_1 = P$)

3) Через точку Р проводим прямую, параллельную ребру АС, получаем точки Н и К($KH \times CC_1 = H$ и $KH \times AA_1 = K$);

4) Соединяем точки Н и В (т.к. они лежат в одной плоскости);

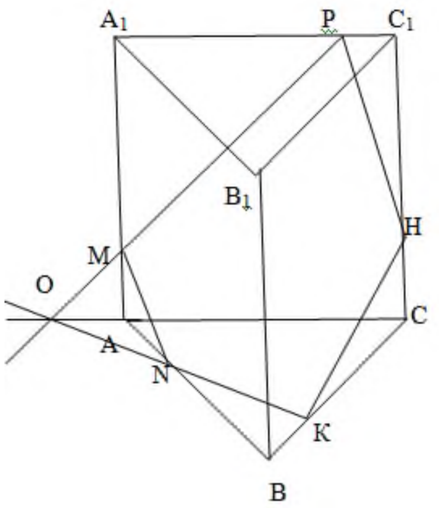
5) Соединяем точки К и В (т.к. они лежат в одной плоскости);

Треугольник КНВ – искомое сечение

Задача 2. Точки M,N и P принадлежат граням AA_1, AB и A_1C_1 - соответственно. Построить сечение треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью MNP.

Дано:
$ABCA_1B_1C_1$ – призма
Основание - треугольник
$M \in AA_1$
$N \in AB$
$P \in A_1C_1$

Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки P, M и N

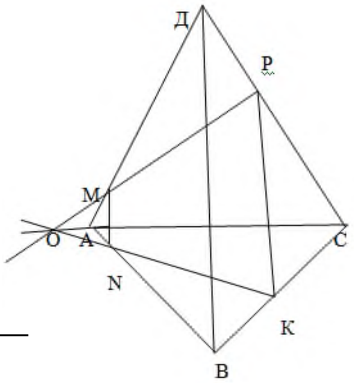


Построение:
7) Соединяем точки P и M (т.к. они лежат в одной плоскости);
8) Через точки P и M проведем прямую PM, до пересечения с ребром AC($PM \times AC = O$);
9) Через точку O проведем прямую до пересечения с ребрами AB и CB($OK \times AB = N$, $OK \times AC = K$);
10) Соединяем точки N и M (т.к. они лежат в одной плоскости).
11) Через точку P проведем прямую, параллельную MN, до пересечения с ребром CC_1($PH \parallel MN$, $PH \times CC_1 = H$);
12) Соединяем точки H иK (т.к. они лежат в одной плоскости).
Пятиугольник MPHKN – искомое сечение

Краткие теоретические сведения:
Плоскость называется ***секущей плоскостью пирамиды,*** если по обе стороны от этой плоскости имеются точки данной пирамиды.
Многоугольник, сторонами которого являются отрезки, по которым секущая плоскость пересекает грани пирамиды , ***называется сечением пирамиды***.
Пирамида имеет четыре, пять, шесть, … граней. Ее сечениями могут быть треугольники, четырехугольники, пятиугольники и шестиугольники и …. В зависимости от того, какое у пирамиды основание.
Для построения сечения достаточно построить точки пересечения секущей плоскости с ребрами.
Задача 1. Точки M,N и P принадлежат граням АД, АВ и ДС - соответственно. Построить сечение треугольной пирамиды Д АВС плоскостью MNP.

Дано:
ДАВС – пирамида
Основание - треугольник
М ∊ АД
N ∊ АВ
Р ∊ ДС

Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки Р, М и N



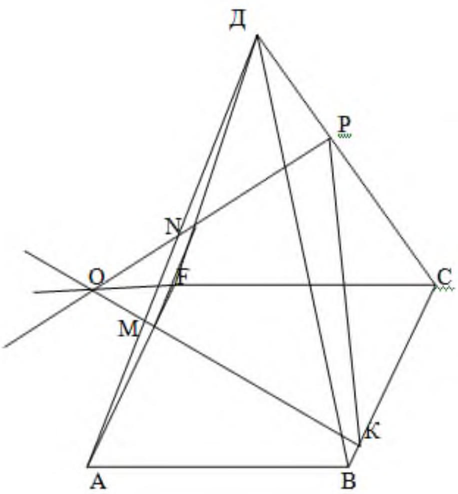
Построение:
1) Соединяем точки Р и М (т.к. они лежат в одной плоскости);
2) Через точки Р и М проведем прямую РМ, до пересечения с ребром АС(РМ×АС = О);
3) Через точку О проведем прямую до пересечения с ребрами АВ и СВ(ОК× АВ=N, ОК× АС=К);
4) Соединяем точки N и М (т.к. они лежат в одной плоскости).
5) Соединяем точки Р и К (т.к. они лежат в одной плоскости).

Четырехугольник МРКN – искомое сечение

Задача 2. Точки М,N и Р принадлежат граням АF, ДF и ДС - соответственно. Построить сечение пирамиды Д АВСF плоскостью MNP

Дано:
ДАВСF – пирамида
Основание – четырехугольник
М ∊ АF
N ∊ ДF
Р ∊ ДС

Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки Р, М и N



Построение:
1) Соединяем точки Р и N (т.к. они лежат в одной плоскости);
2) Через точки Р и N проведем прямую РN, до пересечения с ребром FС(РN×FС = О);
3) Через точки О и М проведем прямую до пересечения с ребрами АF и СВ(ОК×АF=М, ОК× ВС=К);
4) Соединяем точки N и М (т.к. они лежат в одной плоскости).
5) Соединяем точки Р и К (т.к. они лежат в одной плоскости).

Четырехугольник MKPN – искомое сечение

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Решить задачи.	
1 вариант	**2 вариант**
Построить сечение куба АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ плоскостью, проходящей через диагональ основания АС, параллельно диагонали ВД$_1$.	Построить сечение куба АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ плоскостями АДС$_1$ и ВСД$_1$, отметить отрезок, по которому эти плоскости пересекаются.
Построить сечение призмы АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ плоскостью, проходящей через диагональ основания АС, параллельно диагонали ВД$_1$.	Точки M,N и P принадлежат граням АА$_1$, АВ и А$_1$С$_1$ - соответственно. Построить сечение треугольной призмы АВСА$_1$В$_1$С$_1$ плоскостью MNP.
На ребрах пирамиды АВ, АД и ДС отмечены точки M, N и P соответственно. Построить сечение пирамиды ДАВС плоскостью MNP .	Точки M,N и P принадлежат граням ДF, ДС и ВС - соответственно. Построить сечение пирамиды ДАВCF плоскостью MNP.

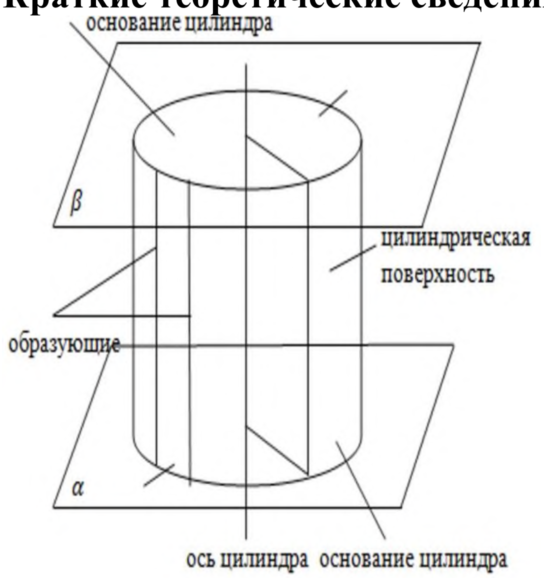
Практическая работа

Тема: «Круглые тела. Площадь и объем круглых тел.»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решать задачи с использованием формул по теме круглые тела, их площади и объемы.
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:



Рассмотрим две параллельные плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ и окружность $\boldsymbol{\mathcal{L}}$ с центром **О** радиуса $\boldsymbol{r}$, расположенную в плоскости $\boldsymbol{\alpha}$. Через каждую точку окружности $\boldsymbol{\mathcal{L}}$ проведем прямую, перпендикулярную к плоскости $\boldsymbol{\alpha}$. Отрезки этих прямых, заключенные между плоскостями $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$, образуют **цилиндрическую поверхность.** Сами отрезки называются **образующими цилиндрической поверхности.** **Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами $\boldsymbol{\mathcal{L}}$ и $\boldsymbol{\mathcal{L}_1}$, называется ЦИЛИНДРОМ.** Цилиндрическая поверхность называется **боковой поверхностью цилиндра**, а круги – **основаниями цилиндра**.

Образующие цилиндрической поверхности называются **образующимися цилиндра**, прямая OO_1 – **осью цилиндра**.

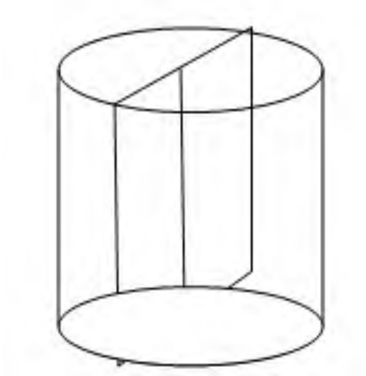
Все образующие цилиндра параллельны и равны друг другу.

Длина образующей называется **высотой цилиндра**, а радиус основания – **радиусом цилиндра**.

Цилиндр называется телом вращения, он может быть получен вращением прямоугольника (квадрата) вокруг одной из его сторон.

Сечения цилиндра

осевое круговое



Секущая плоскость проходит через **ось цилиндра**. Сечение – прямоугольник (квадрат)

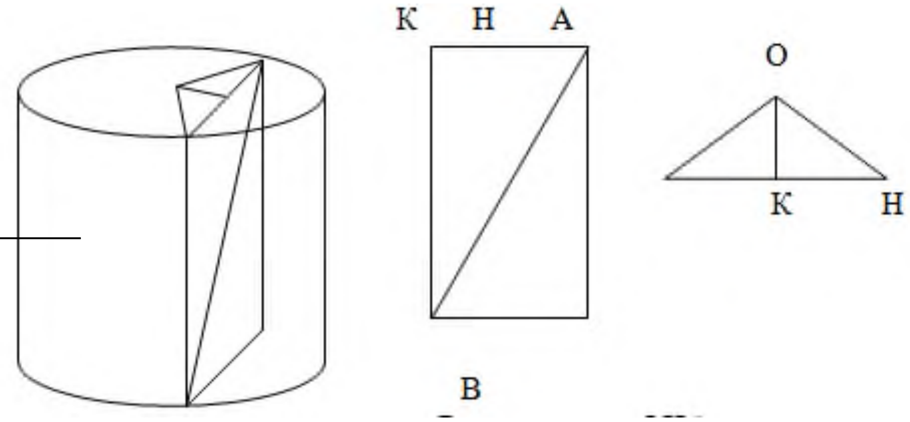
Секущая плоскость **перпендикулярна к оси** цилиндра. Сечение – круг

Задача №1. Концы отрезка AB лежат на разных основаниях цилиндра. Радиус цилиндра равен r, а его высота-h,расстояние между прямой AB и осью цилиндра равно d.Найдите: а)высоту, если r=10см,d=8см, AB=13см.

Дано:
цилиндр
r = 10см
d = 8 см
AB = 13 см

---

h - ?



Решение
Рассмотрим $\triangle OHA$
По т. Пифагора
$AH = \sqrt{r^2 - d^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ см
Тогда $KA = 2AH = 2 \cdot 6 = 12$ см
Рассмотрим $\triangle AKB$
По т. Пифагора
$KB = \sqrt{AB^2 - KA^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ см
Ответ: h = 5 м

Задача 2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 15 см^2, а площадь основания равна 9π см^2. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

<u>Дано:</u>
Цилиндр
$S_{о.с.} = 15$ см^2
$S_{осн} = 9\pi$ см^2

V, $S_{цил}$ -?

<u>Решение:</u>

$S_{осн} = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{Sосн}{\pi}$

$r = \sqrt{\frac{Sосн}{\pi}} = \sqrt{\frac{9\pi}{\pi}} = \sqrt{9} = 3$ см

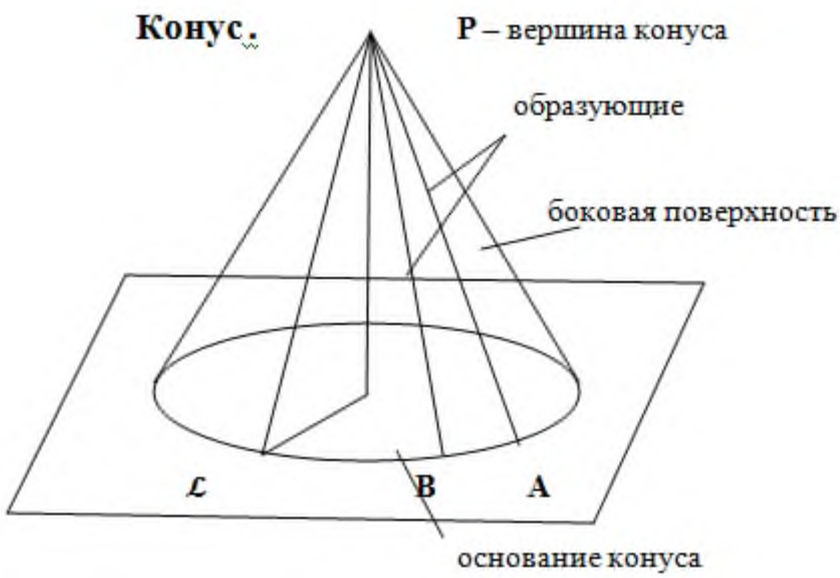
$S_{о.с.} = h \cdot 2r$

$h = \frac{So.c.}{2r} = \frac{15}{2\cdot 3} = \frac{15}{6} = 2{,}5$ см

$V = S_{осн}\, h = 9\pi\cdot 2{,}5 = 22{,}5\pi = 70{,}65$ см^3

$S_{цил} = 2\pi r(r+h) = 2\pi 3(3+2{,}5) = 33\pi$ см^2 $=103{,}62$ см^2

Ответ: $V=70{,}65$ см^3; $S_{цил}=103{,}62$ см^2



Рассмотрим окружность $\mathcal{L}$ с центром **O** и прямую OP, перпендикулярную к плоскости этой окружности.

Каждую точку окружности соединим отрезком с точкой P. Поверхность, образованная этими отрезками, называется конической поверхностью, а сами отрезки называются **образующими конической поверхности.**

<u>Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей $\mathcal{L}$ называется КОНУСОМ.</u>

Коническая поверхность называется **боковой поверхностью конуса**, а круг – **основанием конуса**.

Точка P называется **вершиной конуса**, а образующие конической поверхности – **образующими конуса**.

Все образующие конуса равны друг другу.

Прямая OP , проходящая через центр основания и вершину, называется **осью конуса**.

Ось конуса перпендикулярна к плоскости основания.

Отрезок OP называется **высотой конуса**, а радиус основания – **радиусом конуса**.

Конус называется телом вращения, он может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг одной из его катетов.

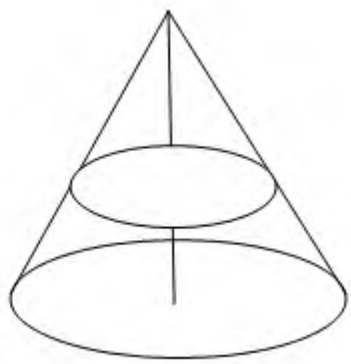
Сечения конуса

осевое

Секущая плоскость проходит через **ось конуса**.

Сечение – равнобедренный треугольник

круговое



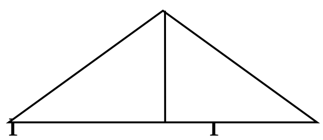
Секущая плоскость **перпендикулярна к оси** конуса.

Сечение – круг

Задача №1. Осевое сечение конуса - прямоугольный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если радиус основания конуса равен 5 см.

Дано:
конус
осевое сечение-
прям. треугол.
r = 5 см

S.o$_{сеч}$ -?



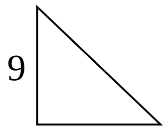
Решение:
Т.к. треугольник прямоугольный
Обозначим ℓ за x
По т. Пифагора
$2r^2 = x^2 + x^2$
$10^2 = 2x^2$
$400 = 2x^2$
$x^2 = 50$
$x = \sqrt{50}$
$x = 5\sqrt{2}$ см
$\ell = 5\sqrt{2}$ см
$S_{о.сеч} = \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = \frac{50}{2} =$ 25 см^2
Ответ: $S_{о.сеч} = 25$ см^2

Задача №2. Радиус конуса равен 4 см, а его объем равен 48π см^3. Найдите высоту, площадь боковой и полной поверхности конуса.

Дано:
конус
$r = 4$ см
$V = 48\pi$ см^3

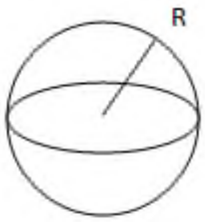
---

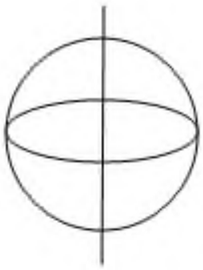
h, $S_{бок}$, $S_{кон}$ -?



Решение:
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$; $h = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{3 \cdot 48\pi}{\pi \cdot 16} = \frac{144}{16} = 9$ см
По т. Пифагора
$\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{9^2 + 4^2} = \sqrt{81 + 16} = \sqrt{97} \approx 9{,}8$ см
$S_{бок} = \pi r l = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 9{,}8 = 123{,}08$ см^2
$S_{кон} = \pi r(r + l) = 3{,}14 \cdot 4(4 + 9{,}8) = 173{,}32$ см^2
Ответ: $S_{бок} = 123{,}08$ см^2; $S_{кон} = 173{,}32$ см^2 ; $h = 9$ см

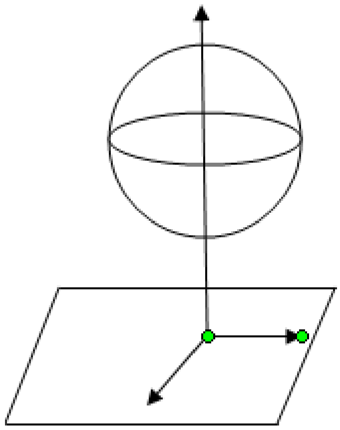
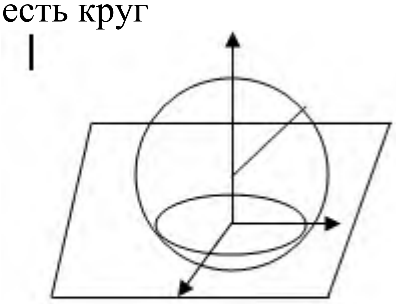
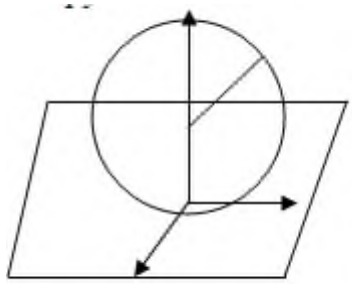
Сфера и шар.





Сферой называется поверхность , состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.
Данная точка называется **центром сферы** (т.О), а данное расстояние **радиусом сферы.**
R – радиус
Любой отрезок, соединяющий центр и какую – нибудь точку называется **радиусом сферы.**
Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется **диаметром сферы.**

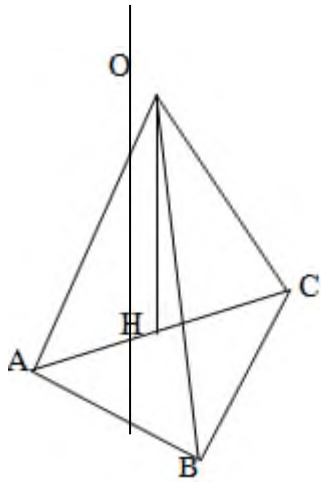
$D = 2R$
Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг ее диаметра.
Тело, ограниченное сферой, называется **шаром.**
Цент-р, радиус, диаметр сферы называются так же **центром, радиусом и диаметром шара.**
В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $O(x_0;y_0;z_0)$ имеет вид:
$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$
Если центр сферы находится в центре прямоугольной системы координат, то уравнение запишется в виде: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$
Взаимное расположение сферы и плоскости.
R – радиус сферы
d- расстояние от центра сферы до плоскости α

1) $d < R$, тогда $R^2 – d^2 > 0$, то $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность. Сечение шара плоскостью- есть круг	2) $d = R$, тогда $R^2 – d^2 = 0$ если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.	3) $d < R$, тогда $R^2 – d^2 < 0$ если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек. 
		

Задача №1. Вершины треугольника ABC лежат на сфере радиуса13 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если AB = 6 см, BC = 8 см, AC = 10 см.

<u>Дано:</u>
Сфера
R = 13 см
AB = 6 см
BC = 8 см
AC = 10 см

h - ?



<u>Решение:</u>
Предположим, что ΔABC – прямоугольный , $\angle B = 90^0$
Проверим это по т. Пифагора
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$10^2 = 6^2 + 8^2$
$100 = 36 + 64$
$100 = 100$
Тогда h – будет лежать на середине AC и
ΔAOC – равнобедренный, т. к. OA = OC =13 см
По т. Пифагора
$h = \sqrt{OC^2 - HC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ см
Ответ: h = 12 см

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание.

Задание для практической работы

Решить задачи	
1 вариант	**2 вариант**
Концы отрезка AB лежат на разных основаниях цилиндра. Радиус цилиндра равен r, а его высота-h,расстояние между прямой AB и осью цилиндра равно d.Найдите: высоту, если r=10см,d=6см, AB=25см.	Концы отрезка AB лежат на разных основаниях цилиндра. Радиус цилиндра равен r, а его высота-h,расстояние между прямой AB и осью цилиндра равно d.Найдите: высоту, если r=12см,d=6см, AB=30см.
Осевое сечение конуса - прямоугольный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если радиус основания конуса равен 6 см.	Осевое сечение конуса - прямоугольный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если радиус основания конуса равен 8 см.
Вершины треугольника ABC лежат на сфере радиуса12 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если AB=4 см, BC = 3 см, AC = 5 см.	Вершины треугольника ABC лежат на сфере радиуса15 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если AB=12 см, BC= 5 см, AC= 13 см.
Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 см^2, а площадь основания равна 4 π см^2. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.	Площадь осевого сечения цилиндра равна 20 см^2, а площадь основания равна 16 π см^2. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.
Радиус конуса равен 5 см, а его объем равен 125π см^3. Найдите высоту, площадь боковой и полной поверхности конуса.	Радиус конуса равен 6 см, а его объем равен 36π см^3. Найдите высоту, площадь боковой и полной поверхности конуса.

Практическая работа
Тема: «Производная»
Цель работы:

1. Формировать умения и навыки применения формул для вычисления производной
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

Формулы производной:

$(x^n)' = n * x^{n-1}$ **N – любое число**	**(c)/ = 0** **C – любое число**
(kx + b)/ = k	**$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(x \neq 0)$**
(x)/ = 1	**$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x>0)$**

Пример . Вычислить производную:

1. $(x^4)' = 4x^{4-1} = 4x^3$
2. $(x^{-6})' = -6x^{-6-1} = -6x^{-7} = \frac{-6}{x^7}$
3. $(x^{\frac{2}{3}})' = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}x^{\frac{-1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$
4. $(x^{\frac{-1}{4}})' = -\frac{1}{4}x^{\frac{-1}{4}-1} = -\frac{1}{4}x^{-1\frac{1}{4}}$
5. $(10)' = 0$
6. $(2x+5)' = 2$
7. $(2\sqrt{x})' = 2 * \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$
8. $\left(\frac{3}{x}\right)' = -\frac{3}{x^2}$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание.

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Вычислить производную:	
$x^{15}; x^{25}; x^{30}; x^{90}$	$x^{12}; x^{20}; x^{28}; x^{40}$
$x^{-12}; x^{-20}; x^{-28}; x^{-40}$	$X^{-15}; x^{-25}; x^{-30}; x^{-19}$
$x^{\frac{1}{5}}; x^{\frac{3}{4}}; x^{\frac{4}{7}}$	$x^{\frac{1}{3}}; x^{\frac{2}{5}}; x^{\frac{4}{9}}$

$x^{\frac{-1}{3}}$; $x^{\frac{-2}{5}}$; $x^{\frac{-4}{9}}$	$x^{\frac{-1}{5}}$; $x^{\frac{-3}{4}}$; $x^{\frac{-4}{7}}$
21; -15; 345; -128;4	8; -26; 654; -109; 96
(x-3);(5x+2); (6-4x); (9-5x)	(4x+3);(x+2); (10-5x); (6+5x)
$-3\sqrt{x}$; $8\sqrt{x}$; $-10\sqrt{x}$	$6\sqrt{x}$; $-18\sqrt{x}$; $12\sqrt{x}$
$\frac{4}{x}$; $\frac{-10}{x}$; $\frac{7}{x}$	$\frac{6}{x}$; $\frac{-12}{x}$; $\frac{9}{x}$

Практическая работа
Тема: «Правила дифференцирования»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки применения формул для вычисления производной
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:

Правила дифференцирования:

Производная суммы (разности) равна сумме (разности) производных : $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
Постоянный множитель можно вынести за знак производной: $(c\, f(x))' = c * (f'(x)) = c * f'(x)$
Производная произведения: $(f(x) * g(x))' = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$
Производная частного: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) * g(x) - f(x) * g'(x)}{(g(x))^2}$

Пример: Вычислить производную :

а) $y'(x) = (3x^2 - 5x + 5)' = (3x^2)' - (5x)' + (5)' = 3(x^2)' - 5(x)' + (5)' =$
$3*2x - 5*1 = 6x - 5.$

б) $((\overset{2x^2+x}{f(x)}) * (\overset{x^2-4x}{g(x)}))' = (2x^2 + x)' * (x^2 - 4x) + (2x^2 + x) * (x^2 - 4x)' =$

$= (4x + 1) * (x^2 - 4x) + (2x^2 + x) * (2x - 4) =$
$= 4x^3 - 16x^2 + x^2 - 4x + 4x^3 - 8x^2 + 2x^2 - 4x =$
$= 8x^3 - 21x^2 - 8x.$

в) $\left(\frac{\overset{f(x)}{x^2+x+1}}{\underset{g(x)}{x}}\right)' =$
$\frac{(x^2+x+1)' * x - (x^2+x+1) * x'}{x^2} = \frac{(2x+1)*x - (x^2+x+1)*1}{x^2} = \frac{2x^2+x-x^2-x-1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}.$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание
Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Вычислить производную:	
$8x^6 + 5x^4 – 6x^3 + 8x^2 – 7x +2$ $7x^4 + 8x^3 – 6x^2 +8x – 4$ $X^6 + 2x^7 – 7x^8 + 9x^9$ $x^3 +5x^2 - 8x+5$	$9x^6 - 6x^4 + 3x^3 + 4x^2 +5x -3$ $5x^4 + 2x^3 – 7x^2 -6x +6$ $X^5 - 3x^6 +7x^7 - 8x^9$ $X^4 -6x^2 +9x-1$
$(3x – 5)(2x^2 + 2)$ $(3x^3 + 2x)(3x – 4)$ $(2x-6x^2)(4x^3 + 2x^2)$	$(5x +4)(x^2 - 2x)$ $(2x^3 - 6x)(7x + 4)$ $(3x+ 8x^2)(2x^3 - x^2)$
$\frac{x^2+x+4}{2x}$; $\frac{x^3+2x^2}{x+1}$	$\frac{2x^2-x+6}{3x}$; $\frac{2x^3-x^2}{x-2}$

Практическая работа
Тема: «Первообразная»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки вычисления используя формулы первообразных
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Таблица первообразных:

ФУНКЦИЯ	ПЕРВООБРАЗНАЯ
$X^p,\ p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$
$\frac{1}{x}$, $x > 0$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$(кx+в)^p,\ p \neq -1,\ к \neq 0$	$\frac{(кx+в)^{p+1}}{к(p+1)} + C$
$\frac{1}{кx+в},\ к \neq 0$	$\frac{1}{к}\ln(кx+в) + C$
$e^{кx+в},\ к \neq 0$	$\frac{1}{к}e^{кx+в} + C$
$\sin(кx+в),\ к \neq 0$	$-\frac{1}{к}\cos(кx+в) + C$
$\cos(кx+в),\ к \neq 0$	$\frac{1}{к}\sin(кx+в) + C$
1	X+C

Пример . Используя таблицу первообразных найти все первообразные функции:

1. $У = 3x^4 + 4x^5$

$F(x) = \frac{3x^5}{5} + \frac{4x^6}{6} = \frac{3x^5}{5} + \frac{2x^6}{3} + C$

2. $y = \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}$

$F(x) = 3\ln x + \frac{2}{x} + C$

3. $У = 2\sqrt[3]{x} + 8\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{3}} + 8x^{\frac{1}{2}}$

$F(x) = \frac{2x^{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}} + \frac{8x^{1+\frac{1}{2}}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + \frac{8x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{2} + \frac{16x^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^4} + \frac{16}{3}\sqrt{x^3} =$

$= \frac{3}{2}x\sqrt[3]{x} + \frac{16}{3}x\sqrt{x} + C$

4. $У = 5\cos x + 6\sin x$

$F(x) = 5\sin x - 6\cos x + C$

5. $У = 2e^x + 7\cos x - 6$

$F(x) = 2e^x + 7^{\sin x} - 6x + C$

6. $У = (x+2)^3$

$F(x) = \frac{(x+2)^4}{4} + C$

7. $У = \frac{1}{x-2} + 6\cos(x-1)$

$F(x) = \ln(x-2) + 6\sin(x-1) + C$

8. $у = \sin(5x+2)$

$F(x) = -\frac{1}{5}\cos(5x+2) + C$

9. $У = e^{2x+6}$

$F(x) = \frac{1}{2} e^{2x+6} + C$

10. $У = \frac{1}{2x+3}$

$F(x) = \frac{1}{2}\ln(2x+3) + C$

Порядок проведения работы:

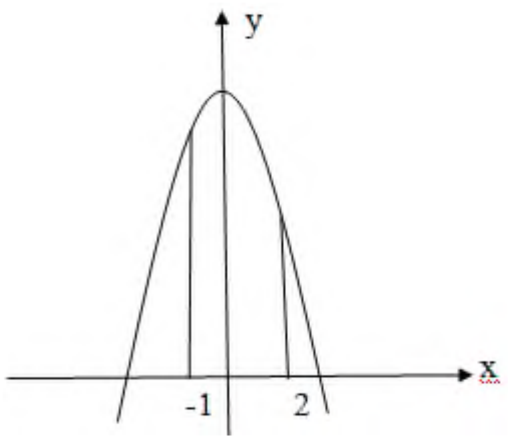
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Найти все первообразные функции:	
$У = 2x^3 - 6x^4$; $У = 7x^4 - 2x^5 + 8$	$У = -5x^3 + 2x^5$; $У = 3x^4 + 4x^3 - 6$
$у = \frac{4}{x} - \frac{6}{x^2}$; $у = \frac{2}{x} - \frac{5}{x^2}$	$у = \frac{8}{x} - \frac{2}{x^2}$; $у = \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2}$
$У = 6\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x} = 6x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}}$	$У = 4\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} = 4x^{\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{2}}$
$У = -7\cos x + 3\sin x$; $У = 2\cos x - 3\sin x$	$У = 9\cos x - 8\sin x$; $У = 4\cos x + 5\sin x$
$У = 4e^x + 5\cos x - 9$; $У = -5e^x - 10\cos x + 16$	$У = 7e^x - 4\cos x - 12$; $У = -3e^x + \cos x - 11$
$У = (x-5)^3$; $У = (x+4)^3$	$У = (x+2)^4$; $У = (x-8)^5$
$У = \frac{1}{x+4} + 8\cos(x+2)$	$У = \frac{1}{x-14} - 6\cos(x-3)$
$У = \sin(3x+7)$; $У = \sin(-6x-5)$	$У = \sin(8x-2)$; $У = \sin(-5x+5)$
$У = e^{3x-2}$; $У = e^{x+9}$	$У = e^{5x+6}$; $У = e^{x-3}$
$У = \frac{1}{2x-6}$; $У = \frac{1}{3x+7}$	$У = \frac{1}{3x+2}$; $У = \frac{1}{5x-3}$

Практическая работа
Тема: «Вычисление площадей плоских фигур с помощью интегралов»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки вычисления площадей плоских фигур с помощью интегралов
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Пример 1. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной осью Ох. Прямыми х= -1, х=2 и параболой у = 9 – x^2.
Построим график функции у = 9 – x^2 и изобразим данную трапецию.

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	9	8	5	0	8	5	0



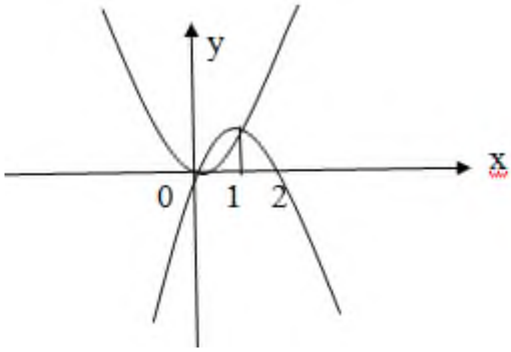
Искомая площадь S равна интегралу
S = $\int_{-1}^{2}(9-x^2)$ dx .
По формуле Ньютона-Лейбница находим
S = $\int_{-1}^{2}(9-x^2)$ dx = (9x - $\frac{x^3}{3}$) = (9*2 - $\frac{2^3}{3}$) - (9(-1) – $\frac{(-1)^3}{3}$) = 18 - $\frac{8}{3}$ +9 - $\frac{1}{3}$ = 27 – 3 = 24 кв. ед.
Ответ: S= 24 кв. ед.
Пример 2. Найти площадь фигуры, ограниченной параболами у = x^2 , у = 2х – x^2 и осью Ох.
Построим графики функций у = x^2 , у = 2х – x^2

X	0	1	2	-1	-2
y	0	1	4	1	4

x	0	1	2	3	-1

y	0	1	0	-3	-3

и найдем абсциссы точек пересечения этих графиков из уравнения $x^2 = 2x - x^2$. Корни этого уравнения $x_1 = 0$, $x_2 = 1$. Данная фигура изображена на рисунке.



Из рисунка видно, что эта фигура состоит из двух криволинейных трапеций. Следовательно, искомая площадь равна сумме площадей этих трапеций:

$S = S_1 + S_2$

$S_1 = \int_0^1 x^2\,dx = \frac{x^3}{3} \quad = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$ кв. ед.

$S_2 = \int_1^2 (2x - x^2)\,dx = \left(x^2 - \left.\frac{x^3}{3}\right| \right) \quad = (4 - \frac{8}{3}) - (1 - \frac{1}{3}) = 4 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} = 3 - \frac{7}{3} = 3 - 2\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ кв. ед.

$S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ кв. ед.

Ответ: $S =$ 1 кв. ед.

Пример 3. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$ и прямой $y = x+3$

Построим графики функций $y = x^2 + 1$ и $y = x+3$.

x	0	1	2	-1	-2
y	0	2	5	2	5

X	2	-1
y	5	2

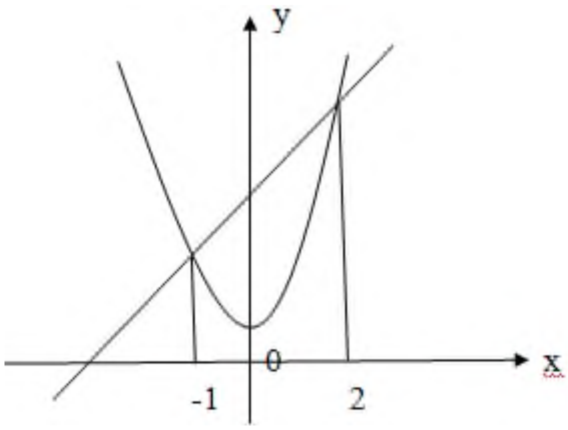
Найдем абсциссы точек пересечения этих графиков из уравнения $x^2 + 1 = x + 3$.

$x^2 - x - 2 = 0$

$D = 1+8=9$

Это уравнение имеет корни $x_1 = -1$, $x_2 = 2$

Фигура, ограниченная графиками данных функций, изображена на рисунке.



Из рисунка видно, что искомую площадь можно найти как разность площадей S_1 и S_2 двух трапеций, опирающихся на отрезок $[-1; 2]$, первая из которых ограничена сверху отрезком прямой $y = x+3$, а вторая – дугой параболы $y = x^2 + 1$.

$S = S_1 - S_2$

$S_1 = \int_{-1}^{2}(x+3)\,dx = (\frac{x^2}{2} + 3x)\Big| = (2 + 6) – (0,5 – 3) = 8+2,5 = 10,5$ кв.ед.

$S_1 = \int_{-1}^{2}(x^2+1)\,dx = (\frac{x^3}{3} + x)\Big| = (\frac{8}{3} + 2) – (\frac{-1}{3} - 1) = \frac{8}{3} + 2 + \frac{1}{3} + 1 = 3+3=6$ кв.ед.

$S = 10,5 – 6 = 4,5$ кв.ед.

Ответ: $S = 4,5$ кв.ед.

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:	
$У = 4 – x^2$ и осью Ох	$У = 1 – x^2$ и осью Ох
$У = x^2$, $x= 3$, $x= 4$ и осью Ох	$У = x^2 + 1$, $x = -2$, $x=1$ и осью Ох
$У = x^2 + 1$ и $y = 3 - x$	$У = (x+2)^2$ и $y = x+2$

Практическая работа
Тема: «Решение простейших задач на определение вероятности»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения простейших задач на определение вероятности
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:

Определение: Вероятностью события **A** называется отношение числа исходов **m**, благоприятствующих наступлению события **A**, к числу **n** всех исходов, т.е.

$P(A)=\frac{m}{n}$; $0 \le P(A) \le 1$.

$P(A)=0$ - невозможное

$P(A)=1$ - достоверное.

Пример 1. В урне находится 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
А – появление черного шара.
n = 5+3=8
m = 3; $P(A)=\frac{3}{8}\approx 0.375$

Пример 2. Из урны, в которой находится 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара.
Какова вероятность того, что оба окажутся черными.
Решение: А – появление двух шаров.
Общее число возможных случаев n равно числу сочетаний из 20 элементов (12+8) по два:

$n=C_{20}^{2}=\frac{20\cdot 19}{1\cdot 2}=190$ $\boxed{C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}}$

Число случаев m, благоприятствующих событию A, составляет $n=C_8^2=\frac{8\cdot 7}{1\cdot 2}=28$,

по формуле $P(A)=\frac{m}{n}$ находим вероятность появления двух черных шаров.

Пример 3. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.
Решение:
Число всех равновозможных … исходов равно числу сочетаний из 18 по 5, т.е.

$$C_{18}^5 = \frac{14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 8568$$

Подсчитаем число исходов m, благоприятствующих событию А. Среди 5 взятых наугад деталей должно быть 3 качественных и 2 бракованных. Число способов выборки двух бракованных деталей из 4 имеющихся бракованных равно числу сочетаний из 4 по 2:

$$C_4^2 = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 6$$

Число способов выборки трех качественных деталей из 14 имеющихся качественных равно

$$C_{14}^3 = \frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 364$$

Любая группа качественных деталей может комбинироваться с любой группой бракованных деталей, поэтому общее число комбинаций m составляет

$$m = C_4^2 \cdot C_{14}^3 = 6 \cdot 364 = 2184$$

Искомая вероятность события А равна отношению числа исходов m благоприятствующих этому событию, к числу n всех равновозможных независимых исходов:

$$P(A) = \frac{2184}{8568} = 0,255$$

.

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 ВАРИАНТ	**2 ВАРИАНТ**
1) Среди 140 деталей, изготовленных на станке, оказалось 5 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающей стандарту.	**1)** Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающей стандарту.
2) Контролер, проверяя качество 700 изделий, установил, что 100 из них относится ко второму сорту, а остальные – к первому. Найдите вероятность выбора изделия второго сорта.	**2)** Контролер, проверяя качество 500 изделий, установил, что 10 из них относится ко второму сорту, а остальные – к первому. Найдите вероятность выбора изделия второго сорта.
3) В ящике находятся 8 красных и 10 белых шаров. Из ящика извлечены четыре шара. Найдите вероятность того, что два из них окажутся красными.	**3)** В ящике находятся 6 красных и 9 белых шаров. Из ящика извлечены три шара. Найдите вероятность того, что два из них окажутся красными.
4) В ящике с деталями оказалось 500деталей 1 сорта, 300 деталей 2 сорта и 150 деталей 3 сорта. Наудачу вынимают одну из деталей. Чему равна вероятность вынуть деталь 1, 2 или 3 сорта?	**4)** В ящике с деталями оказалось 300деталей 1 сорта, 200 деталей 2 сорта и 50 деталей 3 сорта. Наудачу вынимают одну из деталей. Чему равна вероятность вынуть деталь 1, 2 или 3 сорта?

5) В урне находятся 15 белых и 12 черных шаров. Наудачу вынимают один шар, который оказался белым, и откладывают его в сторону. После этого берут еще один шар. Найдите вероятность того, что этот шар также окажется белым.	**5)** В урне находятся 20 белых и 15 черных шаров. Наудачу вынимают один шар, который оказался белым, и откладывают его в сторону. После этого берут еще один шар. Найдите вероятность того, что этот шар также окажется белым.
6) В урне находятся 9 белых и 6 черных шаров. Найдите вероятность того, что 1) наудачу вынутый шар окажется черным; 2) два наудачу вынутых шара окажутся черными.	**6)** В урне находятся 7 белых и 5 черных шаров. Найдите вероятность того, что 1) наудачу вынутый шар окажется черным; 2) два наудачу вынутых шара окажутся черными.
7) В коробке имеются 20 лотерейных билетов, из которых 16 пустых (без выигрышей). Наугад вынимают одновременно 4 билета. Найдите вероятность того, что из 4 билетов два окажутся выигрышными.	**7)** В коробке имеются 30 лотерейных билетов, из которых 26 пустых (без выигрышей). Наугад вынимают одновременно 4 билета. Найдите вероятность того, что из 4 билетов два окажутся выигрышными.

Практическая работа

Тема: «Решение задач на вероятность противоположного события и вероятность произведения независимых событий»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения задач на вероятность противоположного события и вероятность произведения независимых событий
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Краткие теоретические сведения:

<u>Определение.</u> Противоположными называются два несовместных события, образующие полную группу.

<u>Теорема.</u> *Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.*

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

<u>Следствие 2:</u> *Сумма вероятностей противоположных событий равна единице.*

$P(A)+P(\overline{A})=1$

Пример 1. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

<u>Решение:</u>

Обозначим попадание в цель первым стрелком – событие А,
вторым – событие В,
промах первого стрелка – событие $\overline{A}$,
промах второго – событие $\overline{B}$.

$P(A)=0{,}7;\quad P(\overline{A})=0{,}3;\quad P(B)=0{,}8;\quad P(\overline{B})=0{,}2.$

Вероятность того, что первый стрелок попадет в мишень, а второй – нет равна

$P(A)P(\overline{B})=0{,}7\cdot 0{,}2=0{,}14$

Вероятность того, что второй стрелок попадет в цель, а первый – нет равна

$P(\overline{A})P(B)=0{,}3\cdot 0{,}8=0{,}24$

Тогда вероятность попадания в цель только одним стрелком равна

$P=0{,}14+0{,}24=0{,}38$

Тот же результат можно получить другим способом – находим вероятности того, что оба стрелка попали в цель и оба промахнулись. Эти вероятности соответственно равны:

$P(A)P(B)=0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}56;\quad P(\overline{A})P(\overline{B})=0{,}3\cdot 0{,}2=0{,}06.$

Тогда вероятность того, что в цель попадет только один стрелок равна:
$P = 1 - 0{,}56 - 0{,}06 = 0{,}38.$

Пример 2. В урне находятся 4 белых шара и 5 черных. Из урны вынимается один шар, а затем – второй. Событие В – появление белого шара при первом вынимании. Событие А – появление белого шара при втором вынимании.

Решение:

1. 1- вынули один белый шар $\Rightarrow$ В

Тогда Р(В) = $\frac{4}{9}$

Р(А) = $\frac{3}{8}$ (т.к. первый вынули – белый)

$\Rightarrow P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = (\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}) : \frac{4}{9} = \frac{3}{8}$

2) $\overline{B}$ - не произошло $P(\overline{B}) = \frac{5}{9}$

Вероятность события А при условии, что событие В не произошло, будет

$P(A/\overline{B}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Пример 3. В урне 4 белых и 4 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании (событие В), если при первом испытании был извлечен черный шар (событие А).

Решение:

После первого испытания в урне осталось 7 шаров, из них 4 белых. Искомая условная вероятность

$P(B/A) = \frac{4}{7}$

Этот же результат можно получить по формуле

$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

Вероятность появления белого шара при первом испытании

$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Найдем вероятность Р(АВ)

А – извлечен черный шар

В – извлечен белый шар

Общее число исходов – совместного появления двух шаров, безразлично какого цвета, равно числу размещений

$A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = 7 \cdot 8 = 56$

Из этого числа исходов событию АВ благоприятствует $4 \cdot 4 = 16$ исходов

Следовательно $P(AB) = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$

Искомая условная вероятность

$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{2}{7} : \frac{1}{2} = \frac{4}{7}$

Результаты совпали.

Т: Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятности этих событий $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

Пример 4. В каждом из трех ящиков имеется по 10 деталей. В первом ящике 8 стандартных деталей, во втором – 7, в третьем – 9. Из каждого ящика наугад извлекают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными.

Решение:

Все три события независимы.

$\mathbf{S_1}$ – из 1 ящика извлечена стандартная деталь.

$\mathbf{S_2}$ – из 2 ящика извлечена стандартная деталь.

$\mathbf{S_3}$ – из 3 ящика извлечена стандартная деталь.

По классическому определению:

$P(S_1) = \frac{8}{10} = 0,8$

$P(S_2) = \frac{7}{10} = 0,7$

$P(S_3) = \frac{9}{10} = 0,9$

Интересующее нас событие (из 1 ящика будет извлечена стандартная деталь, и из 2 стандартная, и из 3 стандартная) выражается произведением $\mathbf{S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}$

$P(S_1 \cdot S_2 \cdot S_3) = P(S_1) \cdot P(S_2) \cdot P(S_3) = 0,8 * 0,7 * 0,9 = 0,504$ – вероятность того, что из 3 ящиков будет извлечено по одной стандартной детали.

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	**2 вариант**
1) Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,5, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.	1) Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,6, а для второго – 0,9. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.
2) В урне находятся 5 белых шара и 6 черных. Из урны вынимается один шар, а затем – второй. Событие В – появление белого шара при первом вынимании. Событие А – появление	2) В урне находятся 6 белых шара и 7 черных. Из урны вынимается один шар, а затем – второй. Событие В – появление белого шара при первом вынимании. Событие А – появление

белого шара при втором вынимании.	белого шара при втором вынимании.
3) В урне 5 белых и 5 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании (событие В), если при первом испытании был извлечен черный шар (событие А).	3) В урне 6 белых и 6 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании (событие В), если при первом испытании был извлечен черный шар (событие А).
4) В каждом из трех ящиков имеется по 10 деталей. В первом ящике 9 стандартных деталей, во втором – 6, в третьем – 7. Из каждого ящика наугад извлекают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными.	4) В каждом из трех ящиков имеется по 10 деталей. В первом ящике 5 стандартных деталей, во втором – 4, в третьем – 6. Из каждого ящика наугад извлекают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными.

Практическая работа
Тема: «Показательные уравнения и неравенства»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения показательных уравнений и неравенств
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Рассмотрим несколько примеров показательных уравнений , в которых неизвестные содержится в показательной степени .
Решение показательных уравнений часто сводиться к решению уравнения
$a^x=a^b$
$x=b$ где $a>0$, $a\neq1$ x-неизвестные
Эти уравнения решаются с помощью свойств: степени с одинаковым основанием равны только тогда, когда равны их показатели
Пример 1. Решить уравнение $4\cdot2^x=1$
Запишем уравнение в виде $2^{x+2}=0$, откуда $x+2=0$
Ответ: x=-2
Пример 2. Решить уравнение $2^{3x}\cdot3^x=576$.
Так как $2^{3x}=(2^3)^x=8^x$, $576=24^2$, то уравнение можно записать в виде $8^x\cdot3^x=24^2$ или $24^x=24^2$. Отсюда x=2.
Ответ: x=2
Пример 3. Решить уравнение $3^{x+1}-2\cdot3^{2-x}=25$
Выноса в левой части за скобки общий множитель 3^{x-2}, получим $3^{x-2}(3^3-2)=25$; $3^{x-2}\cdot25=25$, откуда $3^{x-2}=1$, $x-2=0$, x=2.
Ответ:x=2
Пример 4. Решить уравнение $3^x=7^x$.
Так как $7^x\neq0$, то уравнение можно записать в виде $\frac{3^x}{7^x}=1$, откуда $(\frac{3}{7})^x=1$, x=0.
Ответ:x=1
Пример 5. Решить уравнение $3\cdot2^{x+1}+2\cdot5^{x-2}=5^x+2^{x-2}$.
Запишем уравнение в виде $3\cdot2^{x+1}-2^{x-2}=5^x-2\cdot5^{x-2}$, откуда $2^{x-2}(3\cdot2^3-1)=5^{x-2}(5^2-2)$, $2^{x-2}\cdot23=5^{x-2}\cdot23$,
$(\frac{2}{5})^{x-2}=1$, $x-2=0$.
Ответ:X=2
Пример 6. Решить уравнение $9^x-4\cdot3^x-45=0$.
Заменой $3^x=t$ данное уравнение сводиться к квадратному уравнению $t^2-4t-45=0$.
Решая это уравнение находим корни : $t_1=9$, $t_2=-5$, откуда $3^x=9$, $3^x=-5$. Уравнение $3^x=9$ имеет корень x=2, а уравнение $3^x=-5$ не имеет корней , так как показательная функция не может принимать отрицательные значения.
Ответ :x=2.
Рассмотрим примеры решения показательных неравенств.

Такие неравенства часто сводятся к простейшим неравенствам вида $a^x>a^b$, $a^x<a^b$

При решении таких неравенств используют свойства возрастания функции a^x при $a>1$ и убывания при $0<a<1$.

Пример 1. Решить неравенство $3^x<81$

Запишем неравенство в виде $3^x<3^4$. Так как $3>1$, то функция $y=3^x$- возрастает. Значит знак не будет меняться в неравенстве. Поэтому решением неравенства $3^x<81$ являются числа $x<4$

Ответ : $x<4$

Пример 2. Решить неравенство $(\frac{1}{2})^x>\sqrt{8}$

Запишем неравенство в виде $(\frac{1}{2})^x>\frac{1}{2}^{\frac{3}{2}}$, или $(\frac{1}{2})^x>\frac{1}{2}^{-\frac{3}{2}}$ так как $y=(\frac{1}{2})^x$ – убывающая функция, то $x<-\frac{3}{2}$.

Ответ : $x<-\frac{3}{2}$.

Пример 3. Решить неравенство $3^{x^2-x}<9$

Запишем неравенство в виде $3^{x^2-x}<3^2$. Так как $3>1$, то $x^2-x<2$, откуда $x^2-x-2<0$, Д=1+8=9$=>$3

$X_1=\frac{1+3}{2}=2$; $X_2=\frac{1-3}{2}=-1$

Получаем $-1<x<2$

Ответ : $-1<x<2$

Пример 4. Решить неравенство $16^x+4^x-2>0$

Обозначим $4^x=t$, тогда получим квадратное неравенство $t^2+t-2=0$ и при $t>1$.

Д=1+8=9=>3

$t_1=-2$; $t_2=1$

Так как $t=4^x$, то получили 2 неравенства

$4^x<-2$; $4^x>1$. Первое неравенство не имеет решений, так как $4^x>0$ при $x\epsilon R$. Второе неравенство можно записать в виде $4^x>4^0$, откуда $x>0$.

Ответ : $x>0$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант

Задание решить уравнения:

1. $3 \cdot 81^x = 9$
2. $2^x + 2^{x-3} =18$
3. $2 \cdot 3^{x+1} – 6 \cdot 3^{x-1} – 3^x=9$

Задание решить неравенства:

4. $2^{x+3} - 2^{x+1} \leq 12$

5. $5^{2x} – 5^{x} - 600 > 0$

Задание для работы.
2 вариант
Задание решить уравнения:
1. $4 \cdot 16^{x} = 64$
2. $3^{x} + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$
3. $5^{x+1} + 3 \cdot 5^{x-1} – 6 \cdot 5^{x} = -10$

Задание решить неравенства:

4. $2^{x} + 2^{x-3} > 18$

5. $4^{x} + 2 \cdot 2^{x} - 80 \leq 0$

Практическая работа
Тема: «Иррациональные уравнения и неравенства»
Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения иррациональных уравнений и неравенств
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

В уравнениях $\sqrt{x+1}=$ x-1, $\sqrt{5x-4}=$ 2 $+\sqrt{x}$ неизвестное x находится под знаком корня. Такие уравнения **называются иррациональными**.
Решение иррациональных уравнений основано на следующем свойстве: при возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение-следствие данного.
При возведении уравнения в натуральную степень могут появиться посторонние корни, поэтому проверка обязательна.

Пример 1. Решить уравнение: $\sqrt{x+1}=8$ Возведем в квадрат обе части уравнения $(\sqrt{x+1})^2=(8)^2$ Получаем X+1=64 X=64-1 X=63 Сделаем проверку: X=63 $\sqrt{63+1}=8$ $\sqrt{64}=8$ 8=8 Ответ: x=63	**Пример 2:** Решить уравнение: $\sqrt{x+1}=$ x-1 Возведем в квадрат обе части уравнения $(\sqrt{x+1})^2=(x-1)^2$ Получаем $X+1=x^2-2x+1$ Переносим все в одну сторону и приравниваем к 0 $x^2-2x+1-x-1=0$ $x^2-3x=0$ выносим x за скобку, получаем x(x-3)=0 $x_1=0$ или $x_2=3$ сделаем проверку: $x_1=0$ $\sqrt{0+1}=0-1$ 1=-1 Такого быть не может-следовательно x=0-не подходит $x_2=3$ $\sqrt{3+1}=3-1$ 2=2 Этот корень подходит, следовательно его и запишем в ответ. Ответ: $x_2=3$

Пример 3: Решить уравнение: $\sqrt{x+6} - \sqrt{x+1} = \sqrt{2x-5}$ Возведем обе части в квадрат $(\sqrt{x+6} - \sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{2x-5})^2$ Получаем $X+6 - 2\sqrt{x+6}\sqrt{x+1} + x+1 = 2x-5$ Оставляем с корнем в одной стороне, без корня перенесем все в другую сторону $-2\sqrt{x+6}\sqrt{x+1} = 2x-5-x-6-x-1$ $-2\sqrt{(x+6)(x+1)} = -12$ Умножим скобки под корнем и посчитаем подобные числа $-2\sqrt{x^2+7x+6} = -12$ Поделим обе части на -2, получаем $\sqrt{x^2+7x+6} = 6$ Возведем обе части в квадрат $(\sqrt{x^2+7x+6})^2 = (6)^2$ Получаем	$x^2+7x+6=36$ $x^2+7x+6-36=0$ $x^2+7x-30=0$ $Д=7^2-4*1*(-30)=169 \rightarrow 13$ $X_1=3$ $X_2=-10$ Сделаем проверку $X_1=3$ $\sqrt{3+6} - \sqrt{3+1} = \sqrt{2*3-5}$ 3-2=1 1=1-подходит $X_2=-10$ $\sqrt{-10+6} - \sqrt{-10+1} = \sqrt{2*(-10)-5}$ Так как под корнем получается отрицательное число, то второй корень не подходит-он лишний Ответ: $X_2=-10$

Неравенства, содержащие неизвестное под знаком корня - называют **иррациональными.**

Пример 1: Решить неравенство $\sqrt{5-x} < 4$ Найдем область определения неравенства, то есть множество таких значений x, при которых имеют смысл обе части неравенства. О.О.Н: $\sqrt{5-x} \geq 0$ $5-x \geq 0$ $-x \geq -5$ $x \leq 5$ решение: $(\sqrt{5-x})^2 < (4)^2$ $5-x<16$ $-x<16-5$ $-x<11$ $x>-11$ объединяем вместе область определения и решение неравенства получаем $-11<x\leq 5$ Ответ : $-11<x\leq 5$	**Пример 2:** Решить неравенство $\sqrt{x^2-3x} < 2$ О.О.Н: $\sqrt{x^2-3x} \geq 0$ $X^2-3x \geq 0$ $X^2-3x = 0$ $X(x-3)=0$ $X_1=0$ или $x_2=3$ $У(1) = 1^2-3*1=1-3=-2$ Получаем $x \leq 0, x \geq 3$ решение: $X^2-3x<4$ $X^2-3x-4<0$ $X^2-3x-4=0$ $Д=3^2-4*1*(-4)=9+16=25 \rightarrow 5$ $X_1=4$ $X_2=-1$ $У(0)=0^2-3*0-4=-4$ Получаем $-1<x<4$ Объединяем вместе область определения неравенства и решение $-1<x\leq 0$ и $3\leq x<4$ Ответ: $-1<x\leq 0$ и $3\leq x<4$

Порядок проведения работы:
Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.
1 вариант
Задание решите уравнения и неравенства:

1. $\sqrt{x-2}=3$
2. $\sqrt{25-x^2}=4$
3. $\sqrt{12+x}-\sqrt{1-x}=1$
4. $\sqrt{x+2}\le\sqrt{4-x}$
5. $\sqrt{5x+11}>x+3$

Задание для работы.
2 вариант
Задание решите уравнения и неравенства:

1. $\sqrt{x-2}=1$
2. $\sqrt{100-x^2}=6$
3. $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-2}=9$
4. $\sqrt{2x+3}>\sqrt{x+1}$
5. $\sqrt{3x-2}\le x-2$

Практическая работа
Тема: «Решение систем уравнений с двумя неизвестными способом подстановки и способом сложения»
Цель работы:
1. Формировать умения и навыки решения систем уравнений способом подстановки и способом сложения
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме
Краткие теоретические сведения:
Решение систем двух уравнений рассмотрим на примерах.
Пример 1. Решить систему уравнений методом подстановки:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$
Из первого уравнения выразим х
Х=5-у
И подставим это выражение во второе уравнение
(5-у)у=6
$5y-y^2-6=0$
$-y^2+5y-6=0$
Д=25-24=1
$У_1=\frac{-5-1}{-2}=3$
$У_2=\frac{-5+1}{-2}=2$
Теперь подставляя в уравнение , где выразили х, получаем
$Х_1=5-3=2$
$Х_2=5-2=3$
Ответ: $Х_1=2$, $У_1=3$; $Х_2=3$, $У_2=2$.

Пример 2. Решить систему уравнений методом сложения:
$$+\begin{cases} x^2 + 3xy + 5y^2 = 36 \\ x^2 + xy - 3y^2 = -4 \end{cases}$$ складывая почленно уравнения системы, получаем

$2x^2+4xy+2y^2=32$

Откуда, поделив все уравнение на 2-получаем

$x^2+2xy+y^2=16$
а это формула
$(x+y)^2=16$
Тогда $x+y=\pm\sqrt{16}$
Или x+y=4 и x+y=-4

$x+y=4$

выразим $x=4-y$

и подставим во второе уравнение

$(4-y)^2+(4-y)y-3y^2=-4$

$16-8y+y^2+4y-y^2-3y^2+4=0$

$-3y^2-4y+20=0$

Д=16+240=256→16

$У_1= -\frac{10}{3}$

$У_2=2$

Подставляя туда, где выражали x, получаем:

$X_1=\frac{22}{3}$

$X_2=2$

$x+y=-4$

выразим $x=-4-y$

и подставим во второе уравнение

$-(4-y)^2+(-4-y)y-3y^2=-4$

$16+8y+y^2-4y-y^2-3y^2+4=0$

$-3y^2+4y+20=0$

Д=16+240=256→16

$У_3= - 2$

$У_4=\frac{10}{3}$

Подставляя туда, где выражали x, получаем:

$X_3=-2$

$X_4= -\frac{22}{3}$

Ответ : $X_1=\frac{22}{3}$, $У_1= -\frac{10}{3}$; $X_2=2$, $У_2=2$; $X_3=-2$, $У_3= - 2$; $X_4= -\frac{22}{3}$, $У_4=\frac{10}{3}$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант.

Задание решите системы уравнений методом подстановки:

$\begin{cases} x+y=7 \\ 2x+y=8 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+y^2=41 \\ y-x=1 \end{cases}$

Задание решите системы уравнений методом сложения:

$\begin{cases} x-xy-y=-7 \\ x+xy-y=1 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+3xy=54 \\ 4y^2+xy=115 \end{cases}$

Задание для работы.

2 вариант.

Задание решите системы уравнений методом подстановки:

$\begin{cases} y-x=0 \\ 3x+y=8 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x+y=1 \end{cases}$

Задание решите системы уравнений методом сложения:

$\begin{cases} x+xy+y=-1 \\ x-xy+y=3 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-5xy+3y^2=17 \\ 2x^2-7xy+4y^2=26 \end{cases}$

4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Экзамен предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины ОУП.03 «Математика»

Экзамен включает: устный ответ и решение задачи.

Итогом экзамена является оценка по пятибалльной шкале.

«5» - отлично

«4» - хорошо

«3» - удовлетворительно

«2» - неудовлетворительно

Шкала описания системы оценок представлена в таблице.

Традиционная шкала	Описание оценок
Отлично	Теоретическое содержание учебного курса, предмета, дисциплины, модуля освоено полностью. Сформированные знания и умения позволяют студенту выражать собственное мнение по вопросу, дискутировать в рамках междисциплинарной взаимосвязи экзаменуемого учебного курса, предмета, дисциплины, модуля. Необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные рабочей программой учебные задания выполнены своевременно и качественно.
Хорошо	Теоретическое содержание учебного курса, предмета, дисциплины, модуля освоено полностью. Сформированные знания и умения позволяют студенту выражать собственное мнение по вопросу. Необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы. Все предусмотренные рабочей программой учебные задания выполнены своевременно и качественно.
Удовлетворительно	Теоретическое содержание учебного курса, предмета, дисциплины, модуля освоено частично, но пробелы не носят существенного характера Сформированные знания и умения позволяют студенту раскрыть вопрос частично. Необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы. Большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнено, некоторые из заданий содержат ошибки.
Неудовлетворительно	Теоретическое содержание учебного курса, предмета, дисциплины, модуля освоено менее чем на 50 процентов. Сформированные знания и умения не позволяют студенту раскрыть вопрос. Необходимые практические навыки работы с освоенным материалом не сформированы. Большая часть предусмотренных рабочей программой учебных заданий не выполнена.

На аттестационном мероприятии обучающийся должен раскрыть следующие вопросы:

Тестовые задания для проведения дифференцированного зачета по дисциплине ОУП.03 МАТЕМАТИКА

1 вариант

1. Вычислите: $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$

1) 1 2) 0 3) -1 4) 3

2. Вычислите: $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$

1) 35 2) 33 3) 30 4) 37

3. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{x-1} = 2$

1) 1 2) 4 3) 5 4) -4

4. Вычислите: $2^{-3} + \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} - 8^{-1}$

1) 9 2) 10 3) 8 4) 7

5. Вычислите: $\frac{2^{-21}}{4^{-5} \cdot 4^{-6}}$

1) -4 2) 6 3) 8 4) 2

6. Вычислите: $2 \cdot 27^{\frac{2}{3}}$

1) 3 2) 18 3) 2 4) 16

7. Вычислите: $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$

1) 2 2) 4 3) 8 4) 6

8. Упростите выражение: $\frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}$

1) x^2 2) $x^{\frac{5}{2}}$ 3) x^{-2} 4) $x^{\frac{2}{5}}$

9. Вычислите: $10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{10}}$

1) 10 2) 8 3) 6 4) 4

10. Решите показательное уравнение: $27^{1+2\mathrm{x}} = 9^{2+x}$

1) 0,75 2) 0,25 3) 0,5 4) 1

11. Решите показательное неравенство: $3^{2-\mathrm{x}} < 27$

1) $(-1; +\infty)$ 2) $(0; +\infty)$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $[1;\ +\infty]$

12. Вычислите: $4^{\log_4 10}$

1) 2) 3) 4) 10

13. Вычислите: $\log_2 4 \cdot \log_3 27$

1) 2 2) 4 3) 6 4) 10

14. Вычислите: $\log_6 12 + \log_6 3$

1) 1 2) 2 3) 4 4) 8

15. Вычислите: $2^{3 \log_2 4}$

1) 25 2) 49 3) 64 4) 36

16. Решите логарифмическое уравнение: $\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$

1) 14 2) 12 3) 16 4) 20

17. Решите логарифмическое уравнение: $\log_2(3x-2)=3$

1) 3 2) $3\frac{1}{3}$ 3) -3 4) $3\frac{2}{3}$

18. Решите простейшее логарифмическое неравенство: $\log_6 x > 2$

1) $[36; +\infty)$ 2) $(6;\ +\infty)$ 3) $(-6;\ +\infty)$ 4) $(36; +\infty)$

19. Решите логарифмическое неравенство: $\log_5(3x+1) < 2$

1) $\left[\frac{1}{3}; 8\right]$ 2) $\left(-8; \frac{1}{3}\right)$ 3) $\left(-\frac{1}{3}; 8\right)$ 4) $\left(-8; \frac{1}{3}\right]$

20. В треугольнике АВС ∠С = 90°, ∠А = 60°. АВ = 5. Найдите АС

1) 2,5 2) 3,5 3) 7,2 4) 5

2 вариант

1. Вычислите: $\sqrt[4]{16}+3\sqrt[3]{27}$

1) 11 2) 13 3) 15 4) 17

2. Вычислите: $\sqrt[4]{11^4\cdot 3^4}$

1) 30 2) 33 3) 27 4) 35

3. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{x-2}=3$

1) 11 2) 12 3) 13 4) 14

4. Вычислите: $4^{-2}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}-16^{-1}$

1) -4 2) 2 3) - 6 4) 8

5. Вычислите: $\frac{4^{-2}\cdot 8^{-6}}{2^{-22}}$

1) 0 2) 1 3) 3 4) 4

6. Вычислите: $5^{-1}\cdot 25^{\frac{1}{2}}$

1) 2 2) 4 3) 1 4) 5

7. Вычислите: $9^{\frac{2}{3}} \div 9^{\frac{1}{6}}$

1) 7 2) 5 3) 3 4) 1

8. Упростите выражение: $\frac{\left(c^{\frac{-2}{3}}\right)^{-4}}{c^{\frac{1}{6}}\cdot c^{\frac{1}{2}}}$

1) c^2 2) $c^{\frac{1}{2}}$ 3) c^{-3} 4) $c^{-\frac{1}{3}}$

9. Вычислите: $2^{\frac{13}{10}}\cdot 2^{-\frac{7}{10}}\cdot 4^{\frac{7}{10}}$

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8

10. Решите показательное уравнение: $9^x=\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x}$

1) 9 2) 3 3) 8 4) 6

11. Решите показательное неравенство: $6^{3-x} \leq 36$

1) $[1; +\infty]$ 2) $[1; +\infty)$ 3) $(-1;\ +\infty)$ 4) $(-\infty;\ 0)$

12. Вычислите: $3^{\log_3 8}$

1) 3 2) 6 3) 8 4) 2

13. Вычислите: $\log_5 125 \div \log_4 16$

1) 1,5 2) 2,25 3) 0,5 4) -0,5

14. Вычислите: $\log_5 75 - \log_5 3$

1) -5 2) 2 3) 4 4) -4

15. Вычислите: $8^{2\log_8 3}$

1) 3 2) 8 3) 2 4) 9

16. Решите логарифмическое уравнение: $\log_9 x = \log_9 5 + \log_9 6$

1) 33 2) 28 3) 35 4) 30

17. Решите логарифмическое уравнение: $\log_3(2x + 1) = 1$

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

18. Решите простейшее логарифмическое неравенство: $\log_2 x < -3$

1) $\left(0; \frac{1}{8}\right)$ 2) $(-8; 0]$ 3) $(0;\ 8)$ 4) $\left[0; \frac{1}{8}\right]$

19. Решите логарифмическое неравенство: $\log_3(x + 2) < 3$

1) $[2; 25]$ 2) $(-25; 2)$ 3) $(-2; 25)$ 4)$(-25; 2]$

20. В треугольнике ABC ∠C = 90°, CB = 9, CA = 12. Найдите AB.

1) 17 2) 19 3) 13 4) 15

Ответы на вопросы теста

№ задания	1 вариант	2 вариант
1	2	1
2	1	2
3	3	1
4	1	4
5	4	2
6	2	1
7	3	3
8	4	1
9	1	2
10	2	4
11	1	2
12	4	3

13	**3**	**1**
14	**2**	**2**
15	**3**	**4**
16	**1**	**4**
17	**2**	**2**
18	**4**	**1**
19	**3**	**3**
20	**1**	**4**

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3» (удовлетворительно)	12–15
«4» (хорошо)	16–18
«5» (отлично)	более 18

Задания для проведения экзамена по дисциплине
ОУП.03 МАТЕМАТИКА

Текст задания: Выполнить экзаменационную работу

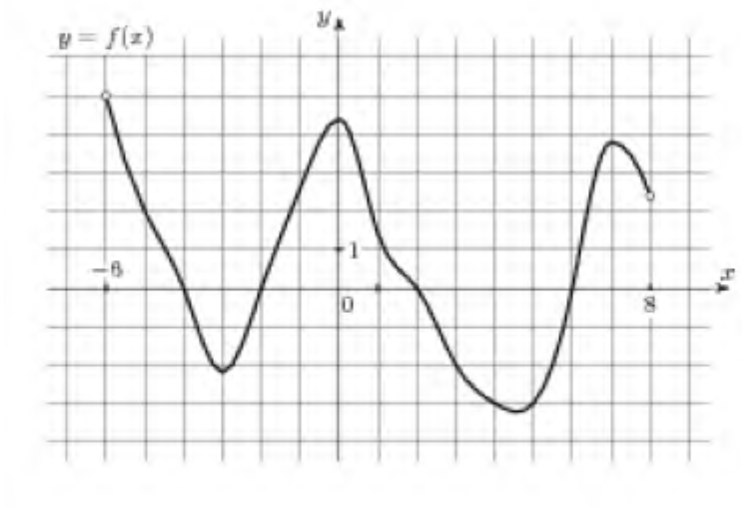
Вариант 1.
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $3^{2-2x} = 81$.
2. (1 балл) Найдите значение выражения $\dfrac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.
3. (1 балл) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (- 6; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение *sinα*, если известно, что *cosα* = $\frac{1}{3}$ и $\alpha \in$ I четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $2\cos(x+\frac{\pi}{3})=1$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\log_5(5 - 5x) = 2\log_5 2$.

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия указаны в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1м^3)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	3500	9900	-
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

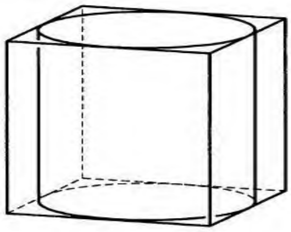
12. (1 балл) В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AC* боковая сторона *AB* равна 8, а *cos A* = $\frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите высоту, проведенную к основанию.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл)Найдите значение выражения $4^{\sqrt{6}+10} \cdot 4^{-6-\sqrt{6}}$.

14. (1 балл)Найдите корень уравнения $x = \frac{8x+36}{x+13}$.

15. *(1балл)* Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = x^2 - 4x + 3$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 4.

17. (1 балл) Решить уравнение $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $\frac{1}{5^x} \geq 0{,}04$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sqrt{2}\cos x + 12x - 3\pi + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ \log_{12} 3x = \log_{12}(y+1) \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобочная трапеция с основаниями 10 см и 18 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.

22. (3 балла) Найдите решение уравнения $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

Вариант 2

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

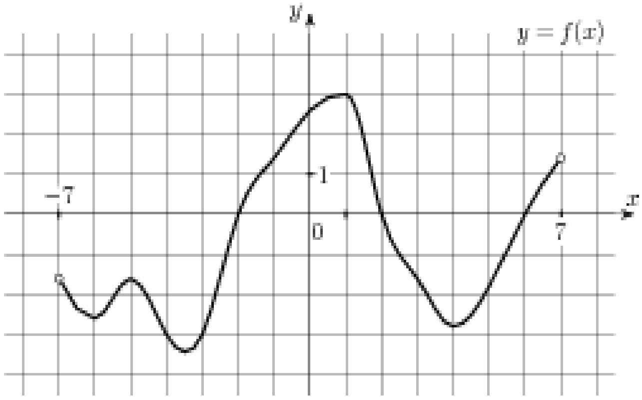
1. (1 балл) Найдите корень уравнения $2^{1-x} = 16$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}$.

3. (1 балл) Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 25 %.

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-7; 7). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение *cos α*, если известно, что $sin\ \alpha = \frac{12}{13}$ и α ∈ I четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $2\sin(x+\frac{\pi}{2})=1$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\log_3 (2 - 2x) = 2\log_3 4$.

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 79 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Сколько придётся заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (в руб.)	Дополнительные условия
А	2650	4400	-
Б	3200	5400	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2680	3400	При заказе более 80 м^3 доставка бесплатно

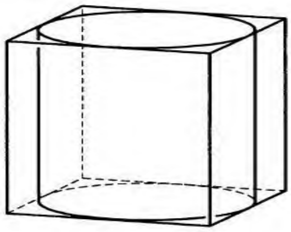
12. (1 балл) В треугольнике *ABC AC* = *BC*, *AB* = 6, $cos\ A = \frac{3}{5}$. Найдите высоту *CH*.

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл)Найдите значение выражения $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.

14. (1 балл)Найдите корень уравнения $x = \frac{7x-6}{x+2}$.

15. (1балл) Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = 2x^2 - x + 1$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 7.

17. (1 балл) Решить уравнение $\sin^2 x - 6\sin x = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $\frac{1}{8^x} > 0{,}125$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9\sin x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ \log_3(5x+4y) = \log_3(y+5) \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 18 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объём тела вращения.

22. (3 балла) Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

Вариант 3.

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $2^{2x-20} = 16$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{42}{2^{\log_2 3}}$.

3. (1 балл) Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?

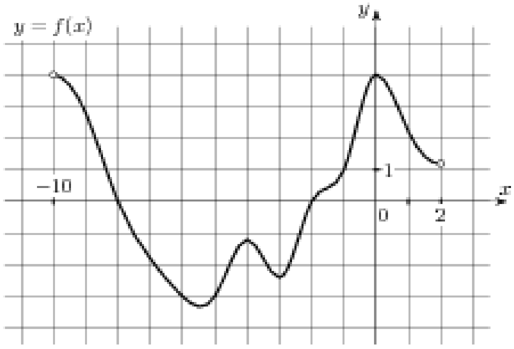
При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (- 10; 2). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \geq 0$.

7. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение *sin α*, если известно, что *cos α* = $\frac{3}{5}$ и α ∈ II четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $\cos(x+\frac{\pi}{2})=\cos\frac{\pi}{6}$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\log_5(5 - 5x) = \log_5 2 + 1$.

11. (1 балл) В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Барнаул	Тверь	Псков
Пшеничный хлеб (батон)	12	11	11
Молоко (1 литр)	25	26	26
Картофель (1 кг)	16	9	14
Сыр (1 кг)	260	240	235
Говядина (1 кг)	300	280	280
Подсолнечное масло (1 литр)	50	38	62

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов:3 кг картофеля, 1 кг сыра, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

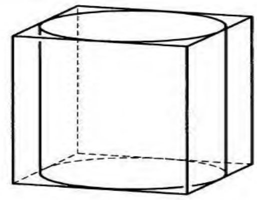
12. (1 балл) В треугольнике *ABC AC* = *BC*, *AB* = 10, *cos A* = $\frac{5}{13}$. Найдите высоту *CH*.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $4^{\sqrt{7}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{7}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{9x-3}{x+5}$.

15. (1балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



16. (1 балл) Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 5t - 0{,}5t^2$ (м), где t - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. (1 балл) Решить уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $49^{x+1} \leq (\frac{1}{7})^x$

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + 5x + 8$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 3y = \log_2 16 \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 24 см и высотой 8 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните объёмы тел вращения.

22. (3 балла) Найдите решение уравнения $\cos 2x - \sin x = \cos^2 x$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

Вариант 4.

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

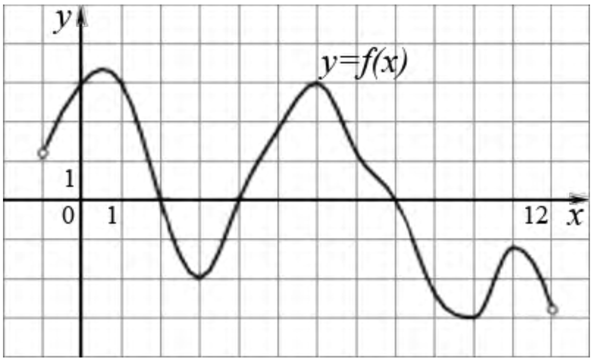
1. (1 балл) Найдите корень уравнения $3^{5x-13} = 9$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\dfrac{84}{5^{\log_5 7}}$.

3. (1 балл) Шариковая ручка стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 10%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-1; 12). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях x, $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\cos\alpha$, если известно, что $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$ и $\alpha \in$ II четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $\sin(x+\pi) = \cos(-\dfrac{\pi}{3})$.

10. (1 балл) Решите уравнение $lg(x+3) = 2lg5$.

11. (1 балл) В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Белгород	Ярославль	Воронеж
Пшеничный хлеб (батон)	11	15	14
Молоко (1 литр)	23	26	20
Картофель (1 кг)	10	9	13
Сыр (1 кг)	205	240	270
Говядина (1 кг)	240	230	240
Подсолнечное масло (1 литр)	44	58	52

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

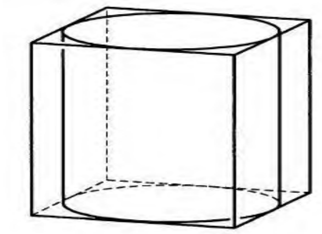
12. (1 балл) В треугольнике *ABC AC* = *BC*, *AB* = 32, *cos A* = $\frac{4}{5}$. Найдите высоту *CH*.

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $6^{\sqrt{3}+1}\cdot 6^{2-\sqrt{3}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x=\frac{11x-12}{x+4}$.

15. (1балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



16. (1 балл) Тело движется по прямой так, что расстояние *S* от начальной точки изменяется по закону $S = t + 0{,}5t^2$ (м), где *t* - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. (1 балл) Решить уравнение $2\cos^2 x-\cos x-1=0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $27^{1+2x} > (\frac{1}{9})^{2+x}$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y=6\cos x+11x+7$ на отрезке $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} x+4y=16 \\ \log_7 y=\log_7(4x+4) \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 28 см и высотой 6 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните площади поверхностей тел вращения.

22. (3 балла) Найдите все решения уравнения $\cos 2x+\sin^2 x+\cos x=0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi;\pi]$.

Ответы к экзаменационной работе

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	x = - 1	x = - 3	x = 12	x = 3
2	0,5	0,2	14	12
3	8 флаконов	23 тетради	20 тетрадей	22 тетради
4	4 точки	6 точек	5 точек	5 точек
5	$y_{наиб} = 4{,}5$; $y_{наим} = -3{,}3$	$y_{наиб} = 3$; $y_{наим} = -3{,}5$	$y_{наиб} = 4$; $y_{наим} = -3{,}2$	$y_{наиб} = 3{,}3$; $y_{наим} = -3$
6	$x \in (-6;-4] \cup [-2;2] \cup [6;8)$	$x \in [-2;2] \cup [6;7)$	$x \in (-10;-8] \cup [-2;2)$	$x \in (-1;2] \cup [4;8]$
7	$x \in [-4;-2] \cup [2;6]$	$x \in (-7;-2] \cup [2;6]$	$x \in (-8;-2]$	$x \in [2;4] \cup [8;12)$
8	$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\cos\alpha = \frac{5}{3}$	$\sin\alpha = 0{,}8$	$\cos\alpha = -\frac{12}{13}$
9	$x = \pm\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$x = \pm\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \pi + \pi n, n \in Z$
10	0,2	-7	-1	22
11	184900 тыс. руб.	213750 тыс. руб.	381 руб.	352 руб.
12	6	4	12	12
13	256	243	256	216
14	4 и - 9	3 и 2	3 и 1	4 и 3
15	1	5	864	4
16	4 секунды	2 секунды	1м/с	5 м/с
17	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$	$x = 0 + \pi n, n \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$x = 0 + 2\pi n$; $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
18	$x \le 2$	$x < 1$	$x \le 3$	$x > -\frac{7}{8}$
19	21	9	10	13
20	x = 1; y = 2	x = 1; y = 0	x = 7; y = 1	x = 0; y = 4
21	138π $см^2$	224π $см^3$	на 256π $см^3$	на 192π $см^2$
22	$0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$	$\pm\frac{\pi}{2}; 0$	$0; \pi; \frac{3\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}; \pm\pi$

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3» (удовлетворительно)	9–16
«4» (хорошо)	17–21
«5» (отлично)	более 21